

INOVAÇÃO MATEMÁTICA: ENSINO- APRENDIZAGEM DE TRIGONOMETRIA UTILIZANDO RELÓGIO E ÂNGULO, NA PRÁTICA DO ENSINO MÉDIO

MATHEMATICAL INNOVATION: TEACHING- LEARNING OF TRIGONOMETRY USING CLOCK AND ANGLE, IN HIGH SCHOOL PRACTICE

Rivanaldo Martins Lopes¹

Resumo: Introdução: No ensino de trigonometria, na disciplina de matemática do ensino médio, apresentado conforme os livros didáticos, trazendo conteúdos e formas de resolução com muitas dificuldades e praticidade para os estudantes do ensino para encontrar ângulo entre os ponteiros de um relógio., tornou-se uma realidade para milhões de estudantes e professores do mundo inteiro. Baseados nessa realidade, o ensino da educação básica sofreu grandes transformações em sua estrutura de ensino com. Objetivo: Desenvolver uma equação para encontrar o ângulo entre dois ponteiros de um relógio, para atender as dificuldades enfrentadas pelos alunos e professores do ensino de matemática da

¹ Professor Graduado em Matemática pela UFCG (2009), especialização Fundamentos da Educação: Práticas Pedagógicas Interdisciplinares pela UEPB (2014), Mestre em Educação pela ACU (2018) e Doutor em Ciência da Educação pela ACU -ABSOLUTE CRISTIAN UNIVERSITY, Flórida, USA (2023) e professor de Matemática na ECI Dorgival Silveira. ORCID: 0000-0002-6414-8499



educação básica, por metodologias inovadoras que irá proporcionar aprendizagem para alunos e contribuição para a comunidade da escola pública integral do Município de São Francisco/PB, Brasil. Metodologia: Para a realização dessa pesquisa foi formada uma amostra composta por um fatorial triplo envolvendo: 4 escolas, 5 professores e 10 estudantes, provenientes do município de São Francisco/PB/Brasil. As escolas públicas de ensino básico escolhidas para fazer parte da pesquisa foram: EEECI Dorcival Silveira, ECI Mestre Júlio Sarmiento, ECI DR. Silva Mariz e E.E.E.F.M Celson Mariz, respectivamente. Conclusões: De maneira geral, as dificuldades apontadas pelos professores e estudantes elencadas nesse estudo, se relacionam com a formação continuada, a escassa literatura que não oferece material didático

em prol do desenvolvimento de novos modelos matemáticos que possam ajudar a solucionar os problemas de trigonometria com facilidade e rapidez por parte dos estudantes, e a falta de metodologias inovadoras para o ensino de trigonometria tanto sob o olhar dos professores como dos estudantes. Assim, existem muitas barreiras no ensino-aprendizado de matemática, exigindo o desenvolvimento de novas pesquisas que viabilizem de forma dinâmica o ensino dessa disciplina.

Palavras-chave: Relógio. Ponteiro. Ângulo.

Abstract: Introduction: In the teaching of trigonometry, in the subject of high school mathematics, presented according to the textbooks, bringing contents and forms of resolution with many difficulties and practicality for



teaching students to find angle between the hands of a clock., has become a reality for millions of students and teachers around the world. Based on this reality, the teaching of basic education has undergone major transformations in its teaching structure with. Objective: To develop an equation to find the angle between two hands of a clock, to meet the difficulties faced by students and teachers of teaching mathematics in basic education, through innovative methodologies that will provide learning for students and contribution to the public school community of the Municipality of São Francisco/PB, Brazil. Methodology: To carry out this research, a sample was formed by a triple factorial involving: 4 schools, 5 teachers and 10 students, from the city of São Francisco/PB/Brazil. The public elementary schools chosen to be

part of the research were: EEE-CI Dorgival Silveira, ECI Mestre Júlio Sarmiento, ECI DR. Silva Mariz and E.E.E.F.M Celson Mariz, respectively. Conclusions: In general, the difficulties pointed out by teachers and students listed in this study are related to continuing education, the scarce literature that does not offer didactic material in favor of the development of new mathematical models that can help solve trigonometry problems with ease and speed on the part of students, and the lack of innovative methodologies for teaching trigonometry both in the eyes of teachers and students. Thus, there are many barriers in the teaching and learning of mathematics, requiring the development of new research that dynamically enables the teaching of this discipline.

Keywords: Watch. Pointer. An-



gle.

INTRODUÇÃO

O ensino de matemática está representado nas principais áreas de estudo como: aritmética, álgebra, trigonometria, geometria, estatística e probabilidade. Apresentado no currículo da educação básica brasileira da BNCC, estabelecida pelo Ministério da educação, que regulamenta o ensino através das diretrizes curriculares nacionais (BNCC,2023).

Dentro dessas áreas, temos a trigonometria, que estuda as relações das medidas e ângulos de triângulo e do círculo, encontrados na educação básica, especificamente segundo ano do ensino médio brasileiros de escolas públicas e privadas de ensino (COSTA, 2022).

O ensino-aprendizado de trigonometria tem apresentado

diversas dificuldades nos últimos anos, seja pelo fato do professor não ter o domínio pleno do conteúdo, ou pelas dificuldades quanto ao uso das fórmulas encontradas pelos estudantes., com objetivo de desenvolver uma equação para encontrar o ângulo formado pelos ponteiros de um relógio, para atender as dificuldades enfrentadas pelos alunos e professores do ensino de matemática da educação básica, por metodologias inovadoras que poderão facilitar a aprendizagem, contribuindo significativamente para a melhoria do ensino-aprendizagem da escola pública integral do Município de São Francisco/PB, Brasil.

Nesse contexto, é de extrema importância entender como os alunos e professores de matemática do ensino médio aproveitam os conhecimentos de trigonometria, para calcular o ângulo de um arco contido em



uma circunferência trigonométrica orientada, bem como diagnosticar suas dificuldades. As mesmas, são encontradas no processo de ensino e aprendizagem quando, na prática, alunos e professores não conseguem tornar as habilidades de matemática em competências (GOMES,2015).

Este artigo de pesquisa, busca na literatura por respostas, quanto as pesquisadas realizadas conforme esta temática, sobre as inovações realizadas até a contemporaneidade sobre o cálculo do ângulo formado pelos ponteiros de um relógio, que traz dentro sala de aula, as dificuldades vivenciadas na resolução de problemas e ainda propor para a ciência um método inovador, via uma proposta de desenvolver uma equação que viabilizará estudantes e professores quanto as dificuldades e a praticidade no ensino de trigonometria na con-

temporaneidade.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Para realização dessa pesquisa, na proposta de desenvolver um novo modelo matemático, utilizou-se o método de indução matemática, na realização da demonstração da equação universal, no delineamento da seleção da escola e da amostra, recorrer uma descrição das características dos elementos selecionados, para as parcelas selecionadas aplicaram-se tratamentos quali-quantitativos imposto para medir ou comparar no experimento, aplicando a estatística experimental e aos procedimentos técnicos de coleta de dados, foram elaborados questionário semi estruturados seguidos de observações em blocos.

Para a realização des-



sa pesquisa foi formada uma amostra composta por um fatorial triplo envolvendo: 4 escolas, 5 professores e 10 estudantes, provenientes do município de são Sousa/PB/Brasil. As escolas públicas foram: EEECI Dorgival Silveira, Mestre Júlio Sarmen- to, DR. Silva Mariz e E.E.E.F.M Celson Mariz,

REFERENCIAL TEÓRICO

A palavra trigonometria surgiu por volta do ano de 1595, pelo matemático, astrônomo e te- ólogo Pitiscus. O seu desenvolvi- mento no campo prático deveu-se à necessidade de contar, medir e desenhar. A trigonometria na BNCC não aparece explicitamen- te, mas articulada com a Geome- tria (OLIVEIRA, 2021).

A mesma, é um ramo da Matemática que estuda a relação entre as medidas dos lados e dos

ângulos de um triângulo. A tri- gonometria permite realizar cál- culos em áreas como Eletricida- de (corrente alternada senoidal), astronomia (medir a distância da Terra à Lua) e Engenharia Civil (medir a largura de um rio para construir pontes) (OLIVEIRA, 2021).

Assim, a trigonometria sempre esteve presente no desen- volvimento matemático de diver- sos povos desde o início das mais antigas civilizações. Na trigono- metria do triângulo, as relações entre suas medidas e ângulos são estudadas. Sua importância está na construção civil encontrada na sociedade em que vivemos, bem como nos estudos de reló- gios (SANTOS, 2019).

A Grécia é atualmente considerada o berço da geração de diversos conhecimentos sobre trigonometria. A contribuição de grandes nomes da Matemáti-



ca, como: Tales de Mileto e Pitágoras, foi significativa. Outros matemáticos que influenciaram a trigonometria foram Aristarco de Samos, Eratóstenes, Hiparco (considerado o pai da trigonometria) e Ptolomeu (COSTA, 2022).

Erastóstenes foi astrônomo, geógrafo, historiador, filósofo e bibliotecário. Sua grande descoberta determinou o tamanho da Terra. Ele descobriu a distância do raio da Terra e seu diâmetro usando o conhecimento da trigonometria no triângulo e na circunferência. Outro matemático de grande importância para a história da trigonometria foi Hiparco de Nicéia (COSTA, 2022).

O ensino-aprendizado de trigonometria tem apresentado diversas dificuldades nos últimos anos, seja pelo fato do professor não ter o domínio pleno do conteúdo, ou pelas dificuldades quanto

ao uso das fórmulas encontradas pelos estudantes.

Para se ter uma ideia da complexidade desse assunto, um estudo de pesquisa desenvolvido com estudantes do ensino médio do Distrito Federal evidenciou que os alunos apresentam dificuldade em interpretar corretamente as razões trigonométricas, confundindo as razões seno e cosseno entre si, e em visualizar e/ou trabalhar com ângulos que não estão na base do triângulo (COSTA, 2022).

Acerca das dificuldades na resolução de questões envolvendo a trigonometria, Pereira e Guerra (2016), utilizando um relato de uma pesquisa realizada em uma escola pública do município de Marechal Deodoro/AL com alunos do Ensino Médio, cujo objetivo principal era investigar as dificuldades e os efeitos de aprendizagem produzidos



pela aplicação de uma determinada sequência didática sobre conceitos fundamentais da trigonometria, observaram que as maiores dificuldades na resolução de exercícios de trigonometria eram em conceituar e aplicar conteúdos básicos fundamentais necessários para sua evolução, tais como compreensão da aplicabilidade do teorema de Pitágoras e aplicação da regra de três simples.

Utilizando a tecnologia como recurso metodológico para facilitar a resolução de exercícios de trigonometria, Oliveira(2022) objetivando investigar a eficiência de estratégias pedagógicas com tecnologias na construção significativa do conhecimento sobre conceitos iniciais de trigonometria, e, de forma mais específica, sobre seno e cosseno.

Seguindo essa tendência, sobrinho (2015) aplicando

atividades em sala de aula para avaliar as dificuldades dos estudantes quanto a resolução de problemas trigonométricos, utilizando uma metodologia baseada na Técnica de Resolução de Problemas, concluiu que inicialmente os alunos apresentaram bastante dificuldade em interpretação de problemas envolvendo razões trigonométricas e que não lembravam de suas definições.

Objetivando avaliar as dificuldades apresentadas no processo de ensino e aprendizagem da trigonometria em sala de aula, Medeiros (2012) as dificuldades podem ser explicadas por bloqueios de natureza variada, ou seja, geométrico, algébrico ou aritmético.

As principais dificuldades, constatadas, foram: leitura e interpretação dos enunciados das questões propostas até a manipulação de técnicas algébricas para



construir conceitos trigonométricos, manuseio de instrumentos como réguas, construção de triângulos e resolução de questões com o uso do Teorema de Pitágoras.

Para se ter uma ideia da complexidade desse assunto, um estudo de pesquisa desenvolvido com estudantes do ensino médio do Distrito Federal evidenciaram que os alunos apresentam dificuldade em interpretar corretamente as razões trigonométricas, confundindo as razões seno e cosseno entre si, e em visualizar e/ou trabalhar com ângulos que não estão na base do triângulo (FEIJÓ, 2018).

Acerca das dificuldades na resolução de questões envolvendo a trigonometria, Pereira e Guerra (2016), utilizando um relato de uma pesquisa realizada em uma escola pública do município de Marechal Deodoro/AL

com alunos do Ensino Médio, cujo objetivo principal era investigar as dificuldades e os efeitos de aprendizagem produzidos pela aplicação de uma determinada sequência didática sobre conceitos fundamentais da trigonometria, observaram que as maiores dificuldades na resolução de exercícios de trigonometria eram em conceituar e aplicar conteúdos básicos fundamentais necessários para sua evolução, tais como compreensão da aplicabilidade do teorema de Pitágoras e aplicação da regra de três simples.

Ao analisar as dificuldades observadas ao longo da construção dessa tese, percebe-se que muitas delas estão relacionadas as metodologias utilizadas em sala de aula e como o conteúdo é apresentado pelo professor. Ao analisar as pesquisas desenvolvidas pelos estudiosos de trigono-



metria, percebe-se que é possível trabalhar a trigonometria interativamente, considerando os saberes prévios dos estudantes e as dificuldades dos mesmos. Assim, o professor deve adotar e/ou criar uma metodologia que facilite o aprendizado e possibilite reduzir as dificuldades apresentadas pelos alunos a fim de proporcionar correções necessárias no processo de assimilação, obtendo-se resultados promissores no ensino aprendizagem de trigonometria

Estudos conduzidos por Trevisan e Buriasco (2016), utilizando alguns testes para verificar os conhecimentos de trigonometria, por uma prova em fases com alunos do segundo ano do ensino médio, cujas questões dessa prova em fase foram tiradas de livros didáticos e provas anteriores, propiciando aos estudantes resolvê-las ao longo de um semestre.

Questões que contemplam apenas memorização prejudicará o aprendizado do aluno, permitindo concluir que mesmo que nos livros didáticos apareçam poucas questões que instiguem os alunos a problematizar, existem outros recursos didáticos para subsidiar a atividade do professor.

Assim, o professor deve adotar e/ou criar uma metodologia que facilite o aprendizado e possibilite reduzir as dificuldades apresentadas pelos alunos a fim de proporcionar correções necessárias no processo de assimilação, obtendo-se resultados promissores no ensino aprendizagem de trigonometria

O conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, diz a BNCC. Sua função vai além do aprendizado que se refere à resolução de problemas, mas fun-



ciona como uma das etapas que dá acesso à cidadania. Segundo Costa. (2019), a Matemática acadêmica tem papel fundamental no projeto de modernidade.

Alguns autores relatam que a Matemática não está ligada a nenhum conhecimento, de modo que sua importância reside no raciocínio ou discernimento a partir do qual se faz a descoberta de seus princípios. A partir dos avanços observados na última década, a matemática é revestida de novas interpretações práticas para resolver possíveis problemas do cotidiano. Diante dessa realidade, é necessário um aprendizado voltado para a investigação e resolução de problemas.

A Resolução de Problemas é uma metodologia de ensino da Matemática por meio da qual o professor recomenda ao aluno-aluno situações-problema evidenciadas pela construção de

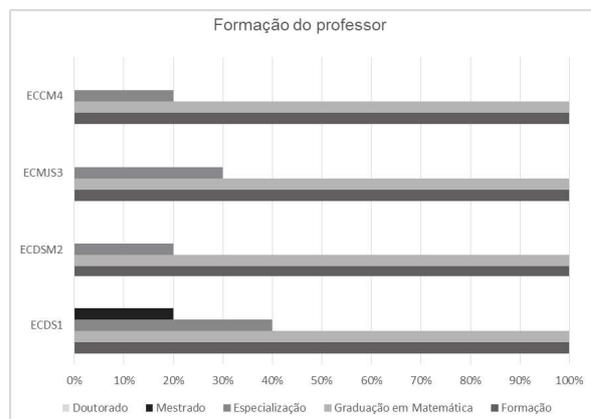
novos conceitos por meio de uma investigação. Os professores de hoje precisam ter novas habilidades e competências profissionais. Ele deve estar ciente da necessidade de provocar a construção individual e coletiva do conhecimento, por meio do questionamento sistemático.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

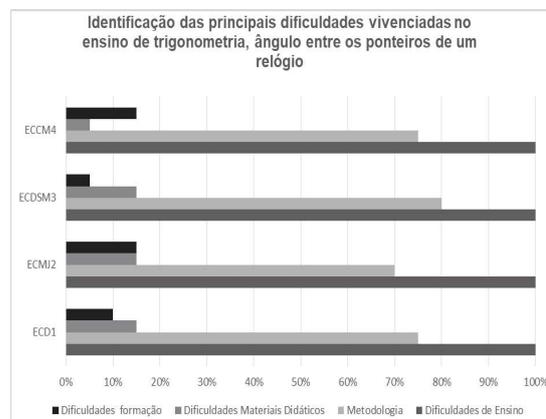
Para melhor entendimento a respeito do nível de formação dos professores participantes da pesquisa, observa-se na figura 1A, que todos os professores são graduados em matemática, sendo entre 20 e 40% dos entrevistados tem especialização, valores observados em todas as escolas participantes da pesquisa, e apenas 20% dos professores da escola 1 têm mestrado.



A.:



B.



C.



D.

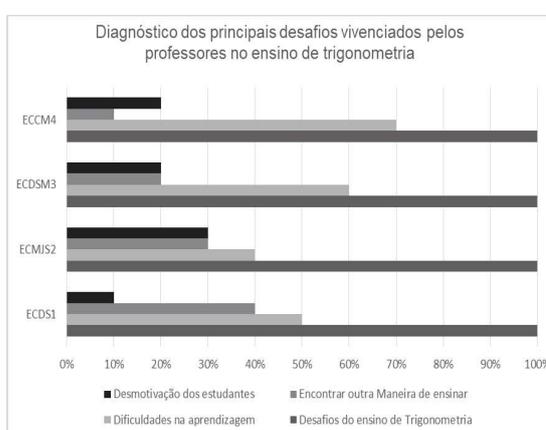


Figura 1. Formação do professor (A), principais dificuldades vivenciadas no ensino de trigonometria, ângulo entre os ponteiros de um relógio (B), Estratégias didáticas para resolver problemas de ângulo entre os ponteiros de um relógio (C) e principais desafios vivenciados pelos professores no ensino de trigonometria(D), apresentados por professores das escolas: Escola cidadã integral Dorgival Silveira (S1), Escola Cidadã integral Mestre Júlio Sarmiento (S2), Escola Cidadã Doutor Silva Mariz (S3) e Escola Estadual de Ensino Fundamental Celso Mariz (E4), Fonte: elaborados pelo autor (2023) respectivamente.

Quanto a investigação de quantos professores já concluíram o doutorado, os resultados apontam que nenhum professor tem essa qualificação.

No que tange a Identificação das principais dificuldades vivenciadas no ensino de trigonometria, ângulo entre os ponteiros de um relógio (Figura



1B), observa-se que a maioria dos professores das 4 escolas envolvidas nesse estudo citaram a falta de uma metodologia que pudesse facilitar o ensino de trigonometria para os estudantes. Por outro lado, outra dificuldade no ensino de trigonometria relatado pelos professores foi a escassez de material didático que pudessem dar suporte a resolução de problemas discutidos em sala de aula. Outra dificuldade relatada pelos professores foi a falta de tempo para eles darem continuidade aos estudos, a exemplo da formação continuada.

Em termos comparativos, a maior dificuldade apontada pelos docentes foi a metodologia de ensino de trigonometria para alunos do ensino médio (75-80%), enquanto aquela que apresentou menor índice percentual, ou a menos impactante no processo de ensino, foi a dificuldade

de que os professores têm em dar continuidade à sua formação (Figura 1B). Outra questão avaliada nesse estudo foi a identificação das estratégias didáticas para resolver problemas de ângulo entre os ponteiros de um relógio em sala de aula.

De acordo com a figura 2C observa-se que a maioria dos professores das escolas avaliadas relataram que resolvem os problemas de trigonometria em sala de aula utilizando regra de três simples, conforme o material didático apresentado pelos livros de matemática. Nenhum dos professores das escolas amostradas evidenciaram outra metodologia para a resolução dessas questões, deixando claro a necessidade de estudos mais aprofundados pela temática e a geração de novos modelos matemáticos para serem utilizados tanto pelos professores quanto para os estudantes.



Quanto aos principais desafios vivenciados pelos professores no ensino de trigonometria, observa-se que entre 50 e 70% dos professores das 4 escolas amostradas evidenciaram ser as dificuldades na aprendizagem. Outros desafios que também foram relatadas pelos professores foram a necessidade de encontrar outra maneira para ensinar trigonometria aos seus alunos e a desmotivação dos estudantes (Figura 1D).

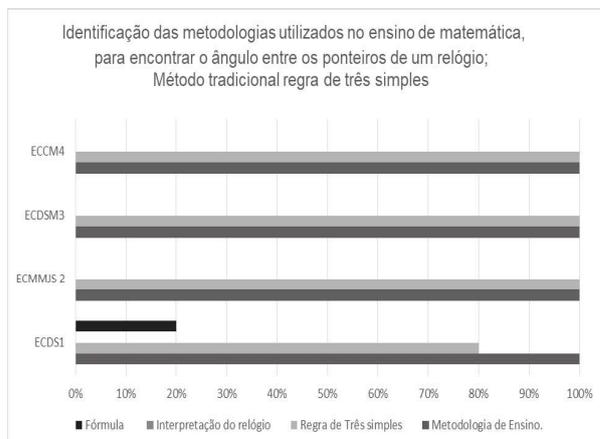
Fazendo-se um comparativo entre os resultados obtidos por escola, observamos que 70% dos professores da escola 4 evidenciaram como desafio vencer a dificuldade de aprendizagem dos alunos e até deles mesmo.

De acordo com a figura 2A, observa-se que a metodologia usada no ensino de matemática, para encontrar o ângulo entre os ponteiros de um relógio, tem

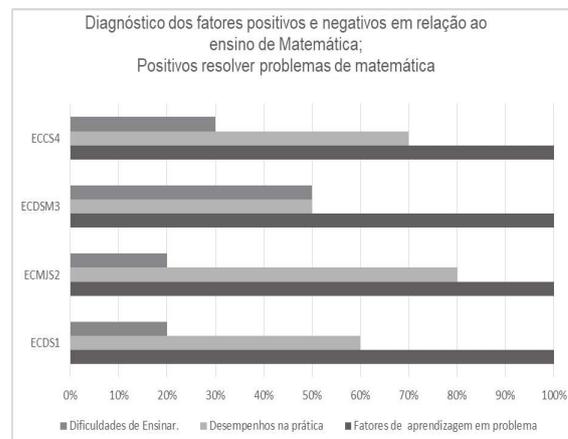
sido a regra de três simples.



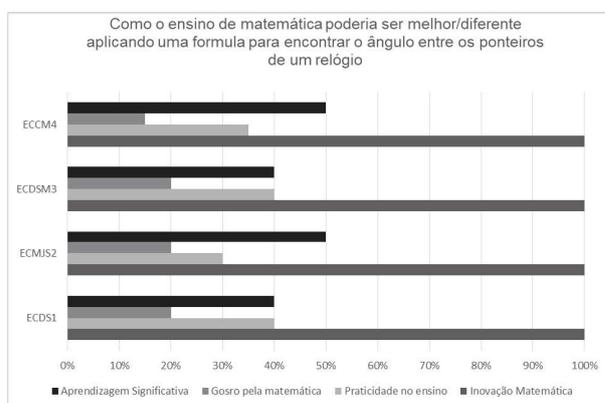
A.



B.



C.



D.



Figura 2. Identificação das metodologias utilizadas no ensino de matemática, para encontrar o ângulo entre os ponteiros de um relógio (A), fatores positivos e negativos em relação ao ensino de Matemática (B), como o ensino de matemática poderia ser melhor/diferente aplicando uma formula para encontrar o ângulo entre os ponteiros de um relógio (C) e como tem sido realizadas as atividades escolares dos estudantes do 2 ano do ensino médio (D), relatados por professores das escolas: Escola cidadã integral Dorgival Silveira (S1), Escola Cidadã integral Mestre Júlio Sarmiento (S2), Escola Cidadã Doutor Silva Mariz (S3) e Escola Estadual de Ensino Fundamental Celso Mariz (E4), Fonte: elaborados pelo autor (2023) respectivamente.

Por outro lado, 20% dos professores da Escola 1, relataram que já usam uma fórmula desenvolvida por eles para encontrarem o ângulo. Assim, por

unanimidade observou-se que nenhum professor (0%) utiliza a fórmula do relógio para encontrar o ângulo e responder às questões de trigonometria.



Com relação aos fatores positivos e negativos em relação ao ensino de Matemática, de acordo com a figura 2B, observase entre 50 e 80% da população amostrada nessa pesquisa, elencaram que o desempenho em sua prática de ensino é o fator mais negativo para o ensino de matemática. Por outro lado, um percentual variando entre 20 e 50% dos professores entrevistados relataram que existe muito problemas para ensinar matemática em sua realidade. Quanto aos fatores positivos, os professores entrevistados não fizeram menção a esse questionamento.

Outra questão analisada nesse trabalho científico, foi identificar como o ensino de matemática poderia ser melhor/diferente se fosse encontrado uma fórmula para encontrar o ângulo entre os ponteiros de um relógio (2C). Os resultados evidenciaram que

seria prático ensinar matemática a partir do conhecimento do relógio. De forma similar 40-50% dos entrevistados relatam em suas respostas que utilizando-se essa fórmula a aprendizagem dos alunos seria significativa.

Outra resposta dada pelos professores a esse questionamento foi que os estudantes seriam motivados a resolver problemas de matemática utilizando esse conhecimento (15-20%).

No tocante ao questionamento de como tem sido realizadas as atividades de trigonometria dos estudantes, observa-se pela figura 2D, que apenas 40% dos professores de uma escola citaram que realizavam suas atividades com o uso de acervos digitais. Nenhum dos professores das demais escolas relataram conhecer outra maneira de ensinar trigonometria aos alunos, confirmando o desconhecimento do

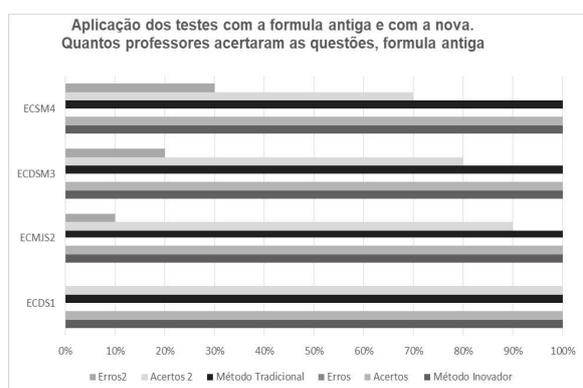


uso do relógio como instrumento auxiliar para calcular o ângulo e resolver as questões de forma simples e rápida.

Conforme a figura 3A, observa-se que foi a quantificação de professores que acertaram a resolução de questões utilizan-

do o modelo matemático antigo utilizado na resolução de questões de trigonometria em sala de aula e quantos professores conseguiram resolver as mesmas questões utilizando o novo modelo matemático proposto nesse estudo.

A.



B.



Figura 3. Quantificação dos acertos e erros na resolução dos problemas de trigonometria utilizando-se o modelo matemático tradicional (A) tempo gasto pelos professores para resolver as questões pelo modelo matemático produzido na pesquisa (B), relatados por professores das escolas: Escola cidadã integral Dorgival Silveira (S1), Escola Cidadã integral Mestre Júlio Sarmiento (S2), Escola Cidadã Doutor Silva Mariz (S3) e Escola Estadual de Ensino Fundamental Celso Mariz (E4), Fonte: elaborados pelo autor (2023) respectivamente.

Conforme a figura observamos que todos os professores acertaram as respostas das questões de trigonometria propostas para o teste. Por ou-

tro lado, quando os professores utilizaram o modelo matemático tradicional, esses erraram em média de 30 a 50%. Esses resultados foram encontrados com os



professores das escolas 2, 3 e 4, respectivamente. Já a avaliação realizada na escola 1, observa-se que todos os professores acertaram as questões utilizando o modelo matemático tradicional para a resolução das questões. De acordo com os resultados obtidos (Figura 3A), todos os professores de todas às escolas avaliadas nesse estudo acertaram às questões.

De forma similar, foi avaliado o tempo necessário para resolver as questões fazendo-se um comparativo entre as questões resolvidas pelo modelo matemático tradicional e quanto tempo os professores gastaram para resolver as questões utilizando o modelo matemático proposto nessa pesquisa (Figura 3B).

Observa-se que quando os professores utilizaram o novo modelo matemático proposto nesse estudo, os professores gastaram em média de 1 a 2

minutos. Por outro lado, quando os professores utilizaram o modelo matemático tradicional para resolver as questões, esses gastaram em média de 10 minutos, independente da escola avaliada.

Esses resultados confirmam a viabilidade da utilização do novo modelo matemático proposto nessa pesquisa, visto que os professores têm apresentado dificuldades em resolver problemas de trigonometria usando o modelo matemático tradicional. Outra razão para os professores de matemática e os livros didáticos de matemática adotarem esse novo modelo matemático é o fato de se tratar de uma fórmula simples, rápida, de fácil aplicação e que não apresenta dificuldades quanto a sua aceitação por parte dos estudantes.

Avaliação realizada com estudantes do 2ºano do ensino mé-



dio das escolas

A metodologia de ensino é uma ferramenta de grande importância para o aprendizado dos estudantes. Assim, como em todas as disciplinas, o conteúdo de matemática necessita de metodologias que simplifiquem a resolução das questões e contribua com a aprendizagem.

De acordo com a figura 4A, observa-se que quando questionados a respeito das principais

dificuldades vivenciadas para resolver problemas de trigonometria, constata-se respostas bem variadas. Um percentual entre 30 e 40% do público amostrado evidenciaram que as dificuldades eram atribuídas, em parte, a falta de metodologia do professor, ao conteúdo curricular de trigonometria considerado de difícil aprendizado pelos livros didáticos e as dificuldades com as medidas de ângulos e seus submúltiplos.

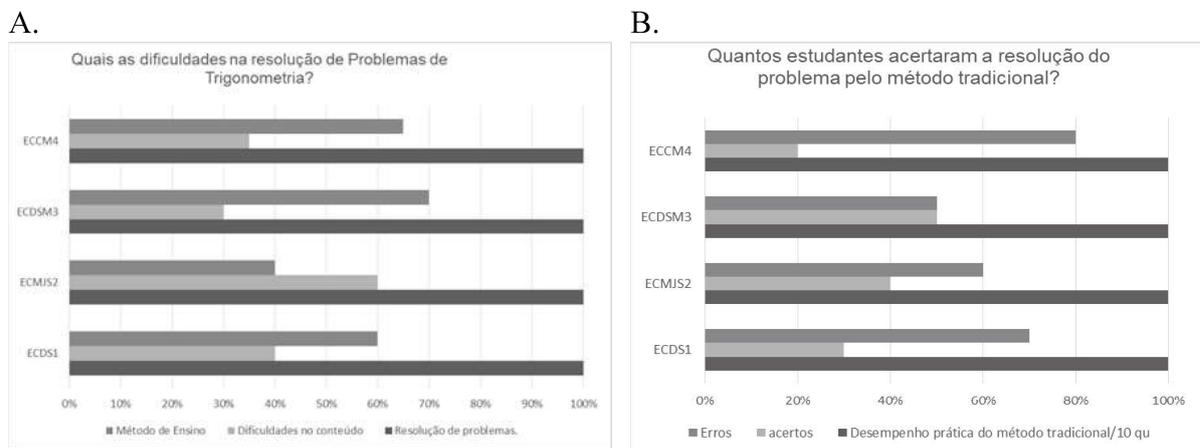


Figura 4. Dificuldades na resolução de problemas de trigonometria (A) e quantidade de estudantes que acertaram a resolução de problemas de trigonometria pelo método tradicional (B) relatados por estudantes das escolas: Escola cidadã integral Dorgival Silveira (S1), Escola Cidadã integral Mestre Júlio Sarmiento (S2), Escola Cidadã Doutor Silva Mariz (S3) e Escola Estadual de Ensino Fundamental Celso Mariz (E4), Fonte: elaborados pelo autor (2023) respectivamente.

Quanto a quantidade de estudantes que fizeram os testes e acertaram a resolução dos problemas de trigonometria utilizando a metodologia tradicional aplicada para a solução desses problemas, ou seja, a regra de três simples, observou-se que o percentual de erros variou entre 50 e 80%, valor observado quando foram testados os estudantes da escola 4. De forma similar, os estudantes da escola 1 também apresentaram um nível alto de erros (70%) das enquetes. No que tange a linha dos acertos, os estudantes da escola 2 e 3 foram aqueles com maior destaque, visto que acertaram em média 40 a 50%. Esse resultado já é considerado muito bom, visto que a grande maioria dos estudantes do ensino médio tem muita dificuldade em resolver questões de trigonometria.

No tocante a quantidade

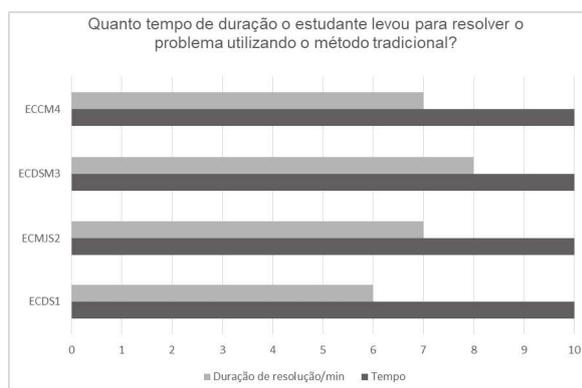
de estudantes que acertaram ou erraram mais questões utilizando o método de ensino tradicional, regra de três, para resolver problemas de trigonometria e o tempo gasto para solucionar cada problema, observa-se pela figura 5 A e B, a grande maioria dos estudantes erram as questões e aqueles que acertaram levaram em média até 8 minutos para resolver a questão.



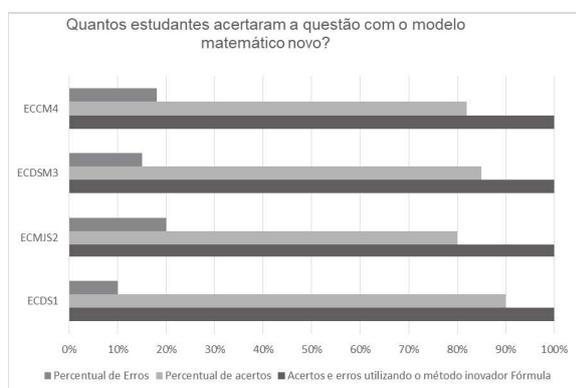
A.



B.



C.



D.

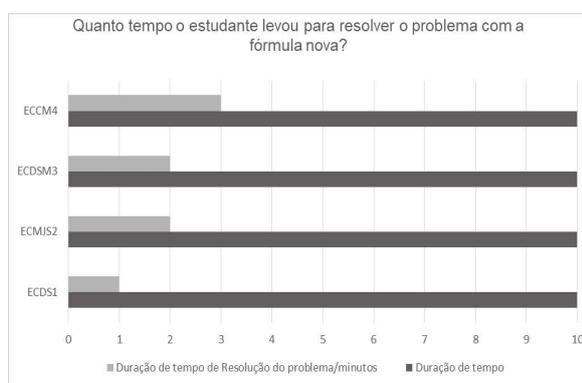


Figura 5. Quantidade de estudantes que acertaram mais questões utilizando o método de ensino tradicional, regra de três, para resolver problemas de trigonometria (A) e o tempo gasto para solucionar cada problema (B), quantificação do número de estudantes que acertaram a resolução dos problemas de trigonometria utilizando o modelo matemático inovador proposto no estudo (C) e quantificação do tempo gasto pelos estudantes para resolverem as questões solicitadas pelo modelo novo (D), relatados por estudantes das escolas: Escola cidadã integral Dorgival Silveira (S1), Escola Cidadã integral Mestre Júlio Sarmiento (S2), Escola Cidadã Doutor Silva Mariz (S3) e Escola Estadual de Ensino Fundamental Celso Mariz (E4), Fonte: elaborados pelo autor (2023) respectivamente.

Com relação a quantidade de estudantes que acertaram a resolução das questões de trigonometria utilizando o novo modelo matemático proposto nessa

pesquisa (figura 5C), observa-se que 80 a 90% dos estudantes acertaram as questões propostas pelo pesquisador, enquanto apenas 10 a 20% dos estudantes não



conseguiram acertar as questões. Em termos de tempo, observou-se que os estudantes gastaram em média de 1 a 3 minutos. É interessante mencionar que os estudantes da escola 1 gastaram apenas 1 minuto para resolverem as questões de trigonometria, outrora considerados como problemas difíceis de resolução.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

De maneira geral, as dificuldades apontadas pelos professores e estudantes elencadas nesse estudo, se relacionam com os instrumentos e metodologias apresentadas no ensino de trigonometria na circunferência trigonométrica em se tratando do ângulo formado pelos ponteiros do relógio. Portanto, esta pesquisa foi relevante para ciências, trazendo um novo modelo de ensino e para estudantes e professores

em atender as dificuldades vivenciadas no ensino na contemporaneidade. haja visto, que este trabalho servirá de base para pesquisadores, em breve enxergar mudanças capazes de melhorar a aprendizagem significativamente.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, J. J. D. S. A abordagem da trigonometria do Livro didático do 9º ano do Ensino Fundamental. Iniciação Científica, v. 4, n. 2, p. 295-311, Dezembro 2019.

ALVARENGA, K. B.; ANDRADE, I. D.; SANTOS, R. D. J. Dificuldades na resolução de problemas básicos de matemática: um estudo de. Amazônia | Revista de Educação em Ciências e Matemática, v. 12, n. 24, p. 39-52, Jan/jul 2016. ISSN 95-243.



ALVES. F. R. V ; BORGES NETO. H. Uma aplicação da Sequência Fedathi no ensino de Progressões Geométricas e a formação do professor. In: Conexões, Ciência e Tecnologia, 2011.

ALVES. F. R. V. Didática da Matemática. Fortaleza: Universidade Aberta do Brasil, 2010.

_____. Filosofia das Ciências e da Matemática. Fortaleza: Universidade Aberta do Brasil, 2011(a).

_____. História da Matemática. Fortaleza: Universidade Aberta do Brasil, 2011(b)

ALVES. F. R. V; BORGES NETO. H. Uma aplicação da Sequência Fedathi no ensino de Progressões Geométricas e a formação do professor. In: Conexões, Ciência e Tecnologia, 2011.

xões, Ciência e Tecnologia, 2011.

ALVES. F. R. V. Didática da Matemática. Fortaleza: Universidade Aberta do Brasil, 2010.

_____. Filosofia das Ciências e da Matemática. Fortaleza: Universidade Aberta do Brasil, 2011(a).

_____. História da Matemática. Fortaleza: Universidade Aberta do Brasil, 2011(b).

ALVES. F. R. V. Didática da Matemática. Fortaleza: Universidade Aberta do Brasil, 2010.

ABREU JÚNIOR, M. S. S., FREITAS, T. B., VIEIRA, A. R. L. As dificuldades dos professores em ensinar matemática no ensino médio. XVIII Encontro Baiano de Educação Matemática A sala de aula de Matemática e suas vertentes. UESC, Ilhéus,



Bahia de 03 a 06 de julho de 2019.

- AFONSO, G. B., HOLETZ, M. S. Gamificando a Metodologia de Ensino da Matemática de Singapura no Ensino Fundamental. *Perspectivas da Educação Matemática – INMA/UFMS – v. 14, n. 34, p. 2-22, 2021.*
- ARAÚJO, H. R. S., FONSECA, G. F. Educação de crianças surdas: O bilinguismo e a realidade escolar no município de Natal. *Revista Caparaó, v. 2, n. 2, p. 1-27, 2020.*
- BOALER, J. Mentalidades matemáticas: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. Porto Alegre: Penso; Cotia: Instituto Sidarta, 2017. 272 p. (Série Desafios da Educação).
- BOAS, R. P. George Pólya: a biographical memoir. In: *BIOGRAPHICAL MEMOIRS*. Washington: National Academy of Sciences, 1990. v. 59. p. 337–355. Disponível em: <http://www.nasonline.org/publications/biographical-memoirs/memoir-pdfs/polya-george.pdf>. Acesso em: 11 maio 2021
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Base nacional comum curricular: educação é a base: ensino médio. Brasília: MEC, 2018. 150 p.
- BOYER, C. B. História da matemática. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curri-



- culares nacionais: matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997. 142 p. Disponível em: <http://plportal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 11 maio 2021.
- CHAMBERS, P.; TIMLIN, R. Ensinando matemática para adolescentes. 2. ed. Porto Alegre: Penso, 2015. 288 p.
- COELHO, M. S. L. Explorando metodologias de resolução de problemas em sala de aula para 6º ano. Curitiba: Secretaria da Educação, 2014. 33 p. (Os desafios da escola pública Resolução de problemas no ensino de matemática 11 paranaense na perspectiva do Professor, Produções Didático-Pedagógicas – PDE). Disponível em: http://www.dia-adiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_unicentro_mat_pdp_maria_solange_lopes_coelho.pdf. Acesso em: 11 maio 2021.
- CARDOSO, M. R. G.; OLIVEIRA, G. S. D. A Resolução de Problemas para o ensino de Matemática. Cadernos da Fucamp, v. 18, p. 68-94, 2019. ISSN 1678-1244.
- CLARETO, S. M. Educação Matemática e Contemporaneidade: Enfrentando Discursos Pós-Modernos. Bolema, Rio Claro – SP, v. 15, n. 17, p. 1-18, maio 2002. ISSN 978-85-89082-23-5.
- DALLOB, P.; DOMINOWSKI, R. Insight and Problem Solving. In: DAVIDSON, J. ; STERNBERG, R. The Nature of Insight, MIT: Press, 1992, p. 127-156.
- DAVIDSON, J.; STERNBERG, R. Teaching for Thinking. Washington: American Psychological Association, 1986.



cal Association, 1996

Dificuldades no Ensino e Aprendizagem de trigonometria: Uma análise das revistas de ensino. Universidade Federal de Pernambuco. [S.l.], p. 39. 2019.

D'AMBROSIO, B. S. Como ensinar matemática hoje. Temas & Debate – Sociedade Brasileira de Educação Matemática, [S. l.], v. 2, n. 2, p. 15–19, 1989. Disponível em: <http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/revista/index.php/td/article/view/2651>. Acesso em: 11 maio 2021.

DAVIS, p. ; HERSH, R. L'Univers Mathématiques. Paris: Gauthiers et Villars, 1985.

FISCHBEIN, Efrain. Intuition in science and mathematics: an educational approach. Netherlands: D. Reidel Public, Mathematics Educ

DANTE, L. R. Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática. São Paulo: Ática, 2010. 191 p.

DANTE, L. R. Matemática: parte 3. São Paulo: Ática, 2012. 355 p. (Projeto Voaz).

Elementos e nomenclatura da parábola. Alfa Connection, [S. l.], 2020. Disponível em: <https://www.alfaconnection.pro.br/matematica/geometria/circunferencia-elipse-hiperbole-e-parabola/elementos-e-nomenclatura-da-parabola/>. Acesso em: 11 maio 2021

FASSA,. Pensando sobre relógios e ângulos. Revista de Educação em Ciências e Matemática, v. 10, n. 19, p. 5-18, agosto-Dezembro 2013. ISSN 95243.



GOMES, D. A.; BARBOSA, A. C. C.; CONCORDIDO, C. F. R. Ensino de matemática através da resolução de problemas: análise da disciplina RPM implantada pela SEEDUC-RJ. Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v. 19, n. 1, p. 105–120, 2017. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/29552>. Acesso em: 11 maio 2021

GOMES, I. D. F. Ensino de Sociologia em Debate: Abordagem da temática Direitos, 2015. 26.

GONÇALVES, J. P. Análise da dificuldade e da discriminação de itens de Matemática do Enem. Remat, Bento Gonçalves, RS, Brasil, v. 4, n. 2, p. 38-53, 2018. ISSN 2447-2689.

HISTÓRIA da Trigonometria e cálculo USP. História da Trigo-

nometria, 2023. Disponível em: http://ecalculo.if.usp.br/historia/historia_trigonometria.htm#:~:text=Hist%C3%B3ria%20Trigonometria&text=A%20origem%20da%20trigonometria%20%C3%A9,com%20os%20eg%C3%ADpcios%20e%20babil%C3%B4nios.>. Acesso em: 16 maio 2023.

HADAMARD, J. An essay on the Psychology of Invention in the Mathematical Field. United Kingdom

IEZZI, G. Fundamentos da Matemática Elementar, Trigonometria: Exercícios resolvidos, exercícios propostos, testes de vestibular com respostas. 7ª. ed.



São Paulo: Atual, v. 3, 1993.

IEZZI, Gelson. ; HAZZAN, Samuel. Fundamentos de Matemática Elementar: sequências, matrizes e determinantes. v. 4. São Paulo: Editora Atual, 1977

KLEIN, M. E. Z.; COSTA, S. C. Investigando as Concepções Pré-vias dos Alunos do Segundo Ano do Ensino Médio e seus Desempenhos em alguns Conceitos do Campo Conceitual da Trigonometria. Bolema, Rio Claro SP, v. 24, n. 38, p. 43-73, abril 2011. ISSN 1980-4415.

KNIJNIK, G. Pesquisa em educação Matemática na contemporaneidade: Perspectivas e desafios. Jieem- Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática, IJSME – International Journal for Studies in Mathematics Education, v. 9, n. 3, 2016.

LOPES, J. R. O uso da História da Trigonometria no Ensino. Revista de Educação, Ciências e Matemática, v. 4, n. 1, p. 14-27, Jan/abril 2014. ISSN 2238-2380.

MARQUES, F. S.; AMARAL FILHO, A. P. C. D. Resolução de Problemas como Metodologia de Ensino de Matemática do ensino Fundamental. Revista Multidebate, Palmas TO, v. 4, n. 4, p. 11-28, Outubro 2020. ISSN 2594-4568.

MORAES, E. C. L. Revisitando os algoritmos para operações aritméticas fundamentais. 2015. 94 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Departamento de Matemática da Universidade de Brasília, Brasília, 2015. Disponível em: . Acesso em: 2 out. 2018

MENDES, L. O. R.; PEREIRA,



- ; PROENÇA, C. D. O que dizem as pesquisas sobre a resolução de problemas na formação inicial de professores de matemática: um olhar sobre as fragilidades metodológicas. *Educ. Matem. Pesq.*, São Paulo, v. 22, n. 2, p. 721-750, 2020.
- MENDES, L. O. R.; PEREIRA, A. ; PROENÇA, C. D. O que dizem as pesquisas sobre a resolução de problemas na formação inicial de professores de matemática: um olhar sobre as fragilidades metodológicas. *Educ. Matem. Pesq.*, São Paulo, São Paulo, v. 22, n. 2, p. 721-750, 2020.
- MENEZES, G. D. et al. Do experimento à experimentação: metodologia ativa no ensino de trigonometria. *Rev. Monogr. Ambient.*, Santa Maria, v. 19, n. 4, p. 1-23, Maio 2020. ISSN 2236-1308.
- MONTEIRO, B. B. et al. Contribuição da resolução de problemas como Metodologia de ensino de Matemática. *Revista Reamec*, Cuiabá, v. 8, n. 2, p. 57-68, maio-agosto 2020.
- MOREY, B. B.; PEREIRA, A. C. C. Um ensaio sobre a história da trigonometria, Fortaleza, 9, dezembro 2015. 143-152.
- MUNDO Educação, 2023. Disponível em: <<https://brasilescola.uol.com.br/fisica/sistema-internacional-unidades-si.htm>>. Acesso em: 15 Fevereiro 2023.
- O ensino de Matemática na contemporaneidade: desafios e possibilidades. *Plurais*, Salvador, v. 5, n. 2, p. 09-21, Maio-agosto 2020.
- OLIVEIRA, A. T. E.; DINIZ, G. L. Ensino de Funções Trigono-



métricas com Modelagem Matemática. Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 9, n. 1, p. 3-7, abril 2022.

OLIVEIRA, C. M. S.; VAZ, A. D. F. As implicações do desenvolvimento da ciências e matemática. Revista Sapiência: sociedade, saberes e práticas educacionais – UEG/Câmpus de Iporá, v. 3, n. 2, p. 132-142, Jul/dezembro 2014. ISSN 2238-3565.

OLIVEIRA, G. P. D.; FERNANDES, R. U. O uso de tecnologias para ensino de trigonometria: estratégias pedagógicas para a construção significativa da aprendizagem. Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v. 12, n. 3, p. 548-577, 2010.

OLIVEIRA, J. P. ; COSTA, R. ; ALVES, E. M.. ENTRE MAPAS,

GLOBOS, SÓLIDOS, CADEIRASE RELÓGIO: OBJETOS PARA AS AULAS DOLYCEU DE SERGIPE. Revista de História e Historiografia da Educação, Curitiba, v. 5, n. 11, p. 36-63, agosto/dezembro 2022. ISSN 2526-2378.

OLIVEIRA, J. P. G.; COSTA, M.; ALVES, E. M. S. Entre mapas, globos, sólidos, cadeiras e relógio: Objetos para as aulas do Lyceu de Sergipe. Revista de História e Historiografia da Educação, Curitiba, v. 5, n. 11, p. 39-63, agosto-dezembro 2022.

OLIVEIRA, J. P. G.; COSTA, R. M.; ALVES, E. M.. ENTRE MAPAS, GLOBOS, SÓLIDOS, CADEIRASE RELÓGIO: OBJETOS PARA AS AULAS DOLYCEU DE SERGIPE. Revista de História e Historiografia da Educação, Curitiba, Brasil, v.



5, n. 11, p. 36-63, agosto/dezembro 2022.

PÓLYA, G. How to solve it: a new aspect of mathematical method. 2. ed. Princeton: Princeton University Press, 2004. 253 p.

PONTES, E. A. S. Modelo de ensino e aprendizagem de matemática baseado em resolução de problemas através de uma situação-problema. Revista Sítio Novo, Palmas, v. 2, n. 2, p. 44-56, jul./dez. 2018. Disponível em: <https://sitionovo.ifto.edu.br/index.php/sitionovo/article/view/136>. Acesso em: 11 maio 2021

PEREIRA, E.; GUERRA, E. A. A utilização do geogebra para a aprendizagem da Trigonometria no Ensino Médio. Rencima, v. 7, n. 3, p. 53-72, Agosto 2016.

PEREIRA, et al. Educação Ma-

temática Crítica e a contemporaneidade: uma reflexão frente à problemática das fake news. Revista Educação Pública, p. 1-8, 16 Dezembro 2022. ISSN 1984-629.

PIMENTA, G. L. M.; JUSTULIN, A. M. Uma experiência de ensino-aprendizagem de áreas de figuras planas através de resolução de problemas. Educação Matemática Debate, Montes Claros, v. 5, n. 11, p. 1-17, 2021.

PONTES, E. A. S. Modelo de ensino e aprendizagem de matemática baseado em resolução de Matemática. Revista Sítio Novo, v. 2, p. 0-13, Julho/dezembro 2018. ISSN 2594-7036.

PROENÇA, M. C. D. Resolução de Problemas: Uma proposta de organização de ensino para a aprendizagem de conceitos Matemáticos. Revista de Educação



Matemática, São Paulo, v. 18, n. 1, p. 1-14, Fevereiro 2021. ISSN 25269062.

RODRIGUES, P. F. C.; SOUZA, M. A. V. F. D.; THIENGO, E. R. Trigonometria: Conhecimento de conteúdos e de ensino fundamentados em uma visão sistêmica de literatura. Revista de Ensino de Ciências e de Matemática, v. 13, n. 1, p. 5-25, Dezembro 2022. ISSN 2179426x.

ROMANATTO, M. C. Resolução de problemas nas aulas de Matemática. Revista Eletrônica de Educação, São Carlos, v. 6, n. 1, p. 299-311, maio 2012. Disponível em: <http://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/view/413>. Acesso em: 10 maio 2021.

ROSSETTO, D.; BALIEIRO FILHO, I. F. A resolução de proble-

mas no currículo de Matemática do estado de São Paulo e no Caderno do aluno. Revista Práxis Educacional, v. 17, n. 45, p. 428-450, abr/jun 2021.

REIS, A. M. A matemática egípcia: solução de alguns problemas algébricos do papiro de Rhind. Orientador: Henrique Marins de Carvalho. 2018. 58 f. Trabalho de Conclusão do Curso (Licenciatura em Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, São Paulo, 2018. Disponível em: https://eadcampus.spo.ifsp.edu.br/pluginfile.php/167151/mod_resource/content/0/Alex%20Marques%20dos%20Reis.pdf. Acesso em: 11 maio 2021.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Org.). Materiais manipulativos para o ensino das quatro operações básicas. Porto Alegre: Pen-



- so, 2016.
- SMOLE, K. S.; MUNIZ, C. A. A matemática em sala de aula. Porto Alegre: Penso, 2013.
- SILVA, L. P. M. Algoritmo da divisão. Mundo Educação, 2018. Disponível em: . Acesso em: 2 out. 2018.
- SILVA, J. B. R. A Função do ábaco na formação continuada de professores dos anos iniciais. Curitiba: Appris, 2010.
- STANIC, G. M. A.; KILPATRICK, J. Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. In: CHARLES, R. I.; SILVER, E. A. (ed.). The teaching and assessing of mathematical problem solving. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates; Reston: National Council of Teachers of Mathematics, 1988.
- p. 1–22. (Research agenda for mathematics education, 3).
- SILVA, R. C. T. Z. Trigonometria: história e aplicações no contexto escolar. Universidade Estadual Paulista(Unesp), Faculdade de Ciências. Bauru, 2019, p. 123. 2019.
- SILVEIRA, J. S.; BALEIEIRO FILHO, I. Uma Proposta para o Ensino de Trigonometria por Meio da História da Matemática. Unopar Cient. Exatas Tecnol., Londrina, Londrina, v. 12, n. 1, p. 51-60, Nov. 2013.
- SOUZA, F. D. T. Trigonometria no Ensino Médio e suas Aplicações. Universidade de São Paulo. São Paulo, p. 95. 2018.
- TEIXEIRA, B. R.; SANTOS, E. R. Ensino de Matemática através da Resolução de Problemas:al-



guns aspectos orientadores para a prática docente. BoEM, Joinville, v. 5, n. 8, p. 51-57, jan/jul 2017.

VANEILA BERTOLI, E. S. História da Matemática, História da Educação Matemática. ResearchGate, p. 0-14, 23 Fevereiro 2017.

