DR. RIVANALDO MARTINS LOPES

PRINCÍPIO

DA MATEMÁTICA INOVADORA
EQUAÇÃO DO 2º GRAU

Periodicojs
EDITORA ACADÊMICA

DR. RIVANALDO MARTINS LOPES

PRINCÍPIO

DA MATEMÁTICA INOVADORA
EQUAÇÃO DO 2º GRAU

Periodicojs
EDITORA ACADÊMICA

Projeto Gráfico, editoração e capa
Editora Acadêmica Periodicojs

Idioma
Português

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

P957 Princípio da matemática inovadora- Equação do 2º Grau. / Rivanaldo Martins Lopes – João Pessoa: Periodicojs editora, 2023.

E-book: il. color.

Inclui bibliografia
ISBN: 978-65-6010-032-9

1. Matemática. 2. Equação. I. Lopes, Rivanaldo Martins. II. Título.

CDD 510

Elaborada por Dayse de França Barbosa CRB 15-553

Índice para catálogo sistemático:
1. Matemática: 510

Obra sem financiamento de órgão público ou privado. Os trabalhos publicados foram submetidos a revisão e avaliação por pares (duplo cego), com respectivas cartas de aceite no sistema da editora.

A obra é fruto de estudos e pesquisas da seção de Teses e Dissertações na America Latina da Coleção de livros Humanas em Perspectiva

Filipe Lins dos Santos
Presidente e Editor Sênior da Periodicojs

CNPJ: 39.865.437/0001-23

Rua Josias Lopes Braga, n. 437, Bancários, João Pessoa - PB - Brasil
website: www.periodicojs.com.br
instagram: @periodicojs

PREFÁCIO

Você já imaginou resolver equação do segundo grau sem utilizar fórmula? Então venha conhecer o método inovador de ensino de matemática na educação contemporânea que utiliza apenas seus coeficientes para encontrar o conjunto solução de equção quadrática.

Venha conhecer a grande obra de educação inovadora na contemporaneidade com objetivo de melhorar a prática de ensino de matemática e resolver às dificuldades encontradas em sala de aula pelos estudantes e professores do ensino básico.

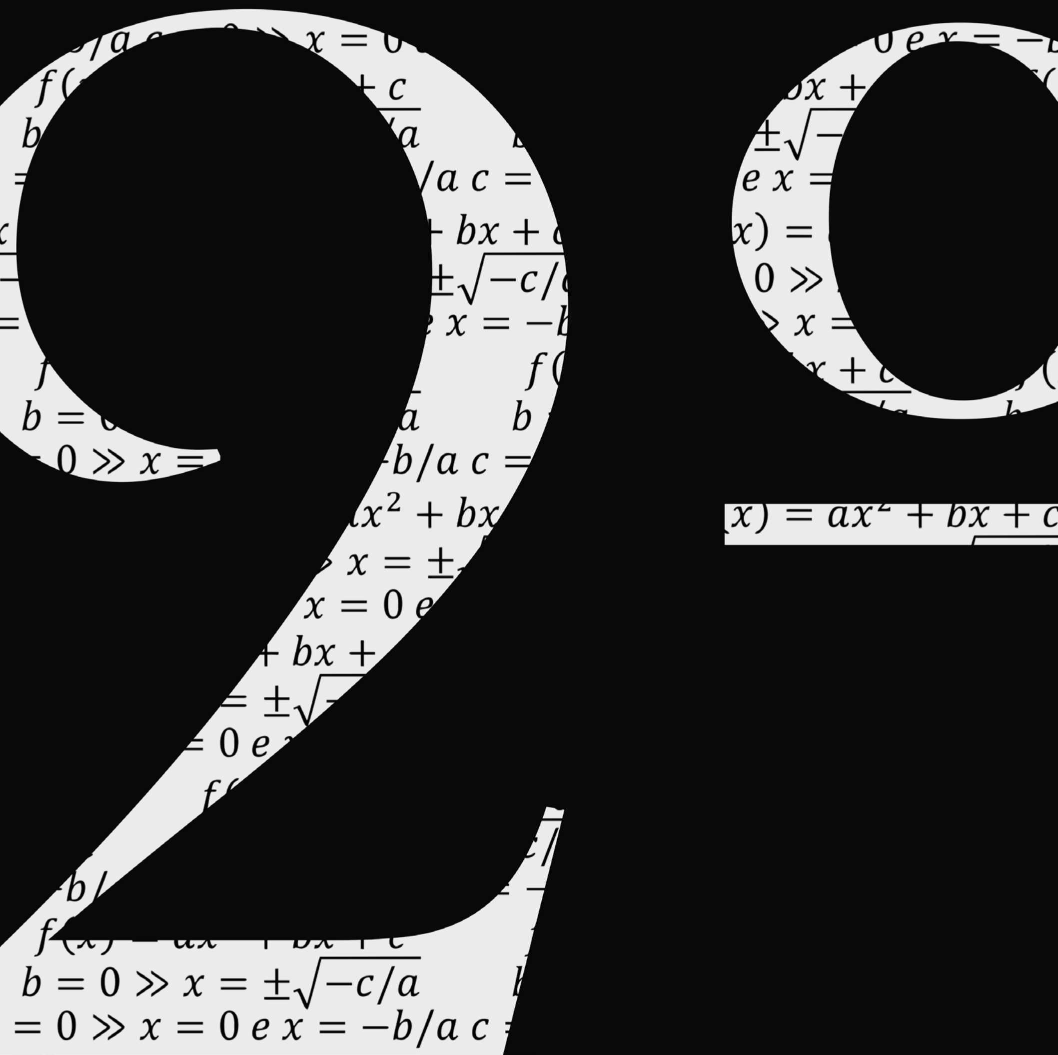
Nesse livro abordamos os tipos de equações do 2º grau completa e incompleta, e as técnicas de resoluções através de metodologias eficiente e eficaz trazendo os conhecimentos da educação incorporada na realidade vivenciadas pelos estudantes.

O livro traz contextos históricos dos métodos de resolução de equações do 2º grau, demonstrações e o desenvolvimento de método de encontrar as raízes de uma equação quadrática.

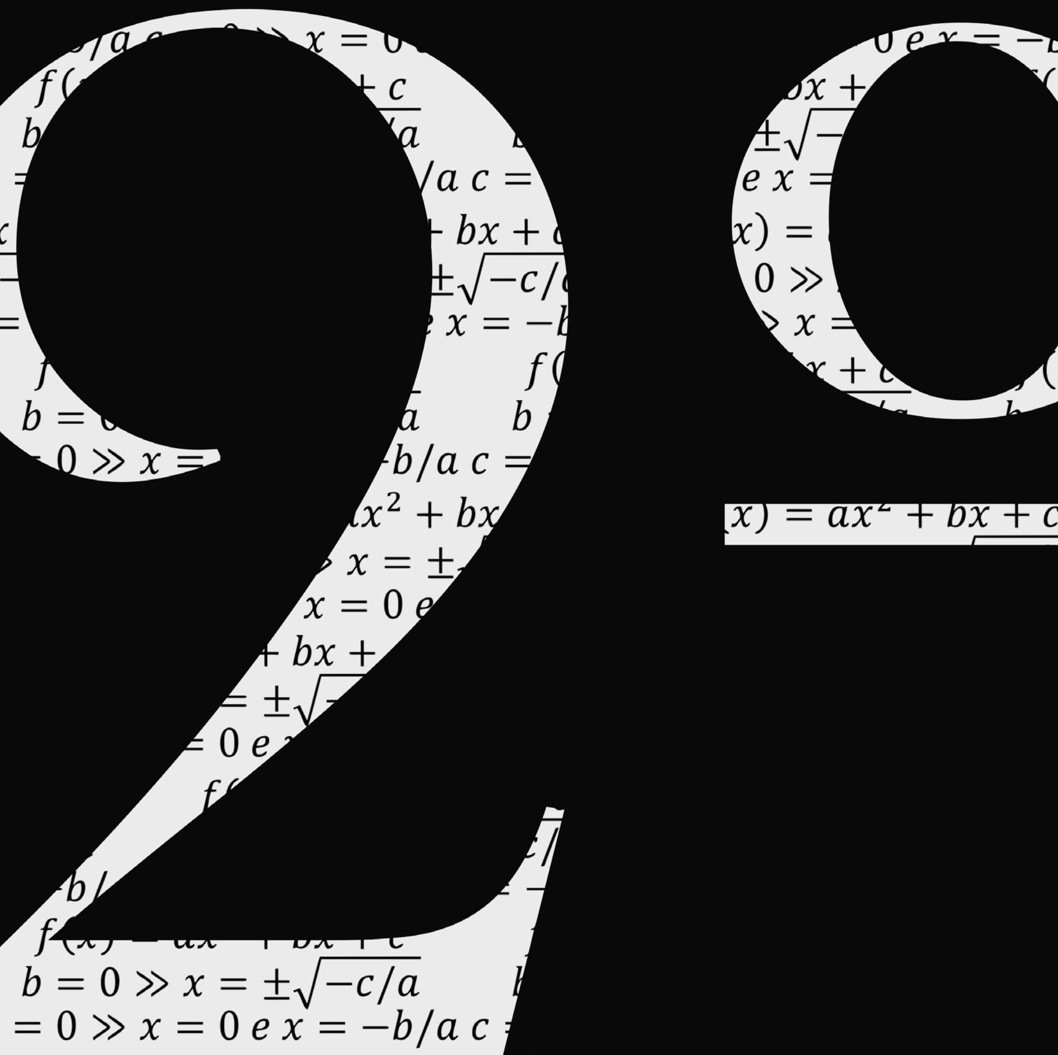
Além das demonstrações, temos vários exemplos e exercícios resolvidos e comentados, de acordo com as dificuldades dos estudantes.

Atualmente no Brasil, o ensino de trigonometria na circunferência trigonométrica, conteúdo da disciplina da BNCC, da área de exatas e da natureza, encontra-se no currículo da educação básica, especificamente na primeira série do ensino médio em escolas públicas e privadas de ensino, estabelecido pelo Ministério da educação.

SUMÁRIO



INTRODUÇÃO



O Princípio da Matemática Contemporânea é um livro de ensino inovador desenvolvido pelo professor e pesquisador Dr. Rivanaldo Martins Lopes, visando uma proposta de ensino na educação contemporânea tendo como metodologia de resolução de equação do segundo grau, mediante um método inovador de encontrar as soluções de uma equação quadrática utilizando como modelagem matemática seus coeficientes a,b e c. O mesmo foi desenvolvido a partir das dificuldades vivenciadas por estudantes e professores do ensino médio da educação básica, apoiado pelo desenvolvimento de métodos inovador do ensino de matemática na contemporaneidade, no curso de doutorado na Absoulute Christian University (ACU), nos Estados Unidos, Estado da Flórida, na cidade de Orlando, em sua proposta de sua pós-graduação stricto sensu, trazendo em sua estrutura resolver uma equação de segundo grau utilizando apenas seus coeficientes, buscando desenvolver habilidades computacionais e algoritmo no atual ensino de matemática.

A composição na estrutura do livro, foi subdividida de acordo com os tipos de equações e o modelo inovador de ensino desenvolvido pelo autor, através de demonstrações, ilustrações, linha do tempo, lista de exercícios, comentários, esquemas que auxiliaram na proposta de ensino de educação inovadora contemporânea.

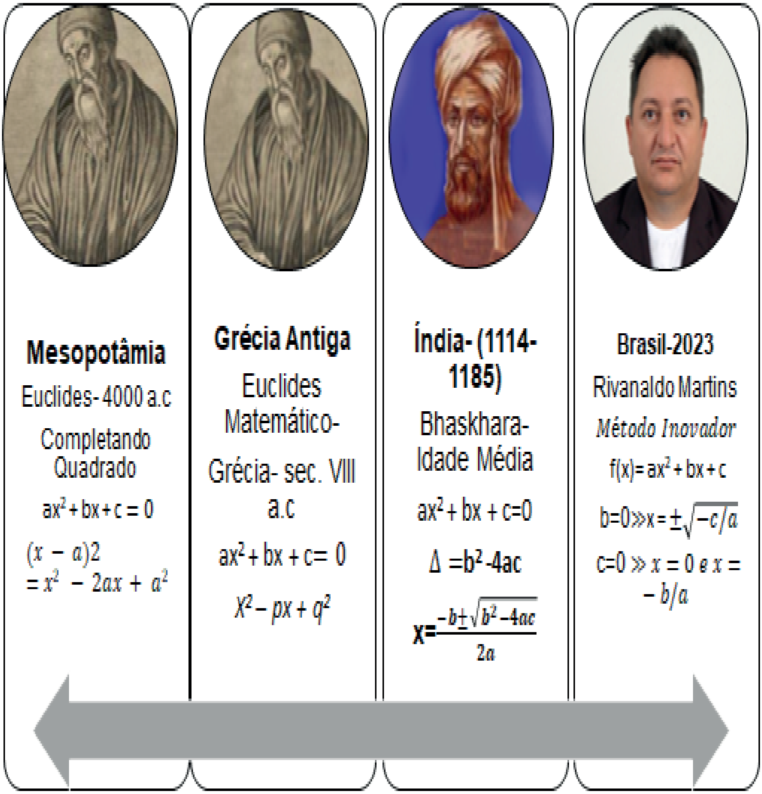
Enquanto na estrutura dos conteúdos encontrados no corpo do livro, organizamos uma melhor compreensão para cada tipo de inovações e aplicabilidades da função quadrática na realidade social vivenciada pelos estudantes e professores. Buscando conhecer a realidade para entender aplicações da parábola em nossas vidas correlacionadas com função quadrática.

No capítulo final, há uma proposta de exercícios resolvidos para orientações de docentes e discentes que necessitam treinar seus seus conhecimento em equação do segundo, usando metodologia de resolução de problemas de equação do 2º grau no novo ensino de compreender este conteúdo.

CAPÍTULO 1

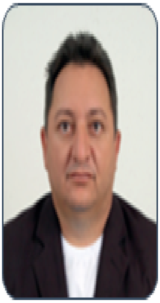
CONTEXTO HISTÓRICO DAS FERRAMENTAS TRIGONOMÉTRICAS

A equação do segundo grau e a agricultura na mesopotâmia exerceram um papel importante no desenvolvimento na agricultura e as construções civis. Assim, destacamos o progresso cultural, com construções civis e evolução da agricultura, com necessidades de realizar medidas dos terrenos, registrados na escrita cuneiforme produzidas em tábuas numéricas ao longo dos tempos até a contemporaneidade. Conforme a Figura 1 apresenta-se um esquema das ferramentas utilizadas de acordo com a época.



Na evolução histórica dos acontecimentos, é possível visualizar como eram as metodologias apresentadas em cada época com auxílio das ferramentas e as técnicas utilizadas na resolução de equação do segundo grau, estava centrada em saber distancias de quadrados e retângulos aplicados na agricultura na mesopotâmia e Egito. Porém na índia, desenvolveram método de bháskhara, através de técnicas de delta para conhecer as soluções da equação. Já na contemporaneidade, na educação 5.0, uma resolução de representações através dos coeficientes, para garantir uso das habilidades computacionais que consiste na eficiência na educação dentro da realidade social vivenciada por estudante e professores no atual ensino. Temos de garantir que esse método inovador possa resgatar alunos e professores para beleza da matemática abstrata e toda objetiva, com objetivo de facilitar as tomadas de decisões na hora de encontrar as soluções de uma equação do segundo grau. Conforme a Figura 2 - Apresenta-se métodos de resolução de equação de 2º grau na educação contemporânea.

Figura 1 - Método de resolução de equação do 2º grau. Fonte: Lopes (2023).



f(x)= $ax^2 + bx + c$» $a, b\ e\ \in \mathbb{R}\ com\ a \neq 0$ »$ax^2 +$ b= 0 » $x^2 = \frac{-c}{a}$ » $x = \pm\sqrt{-c/a}$

logo, $\{\sqrt{-c/a}, \pm\sqrt{-c/a}\}$

f(x)= $ax^2 + bx + c$» $a, b\ e\ \in \mathbb{R}\ com\ a \neq 0$ »$ax^2 +$ c= 0 »$ax^2 + bx = 0$ » *então:*

logo, $\{0, -b/a\}$

f(x)= $ax^2 + bx + c$» $a, b\ e\ \in \mathbb{R}\ com\ a \neq 0$ »ax^2 -sx+ p= 0 »

onde s é a soma das raízes e p o produto.

Quais os dois números que a soma é p e cuja soma é s.

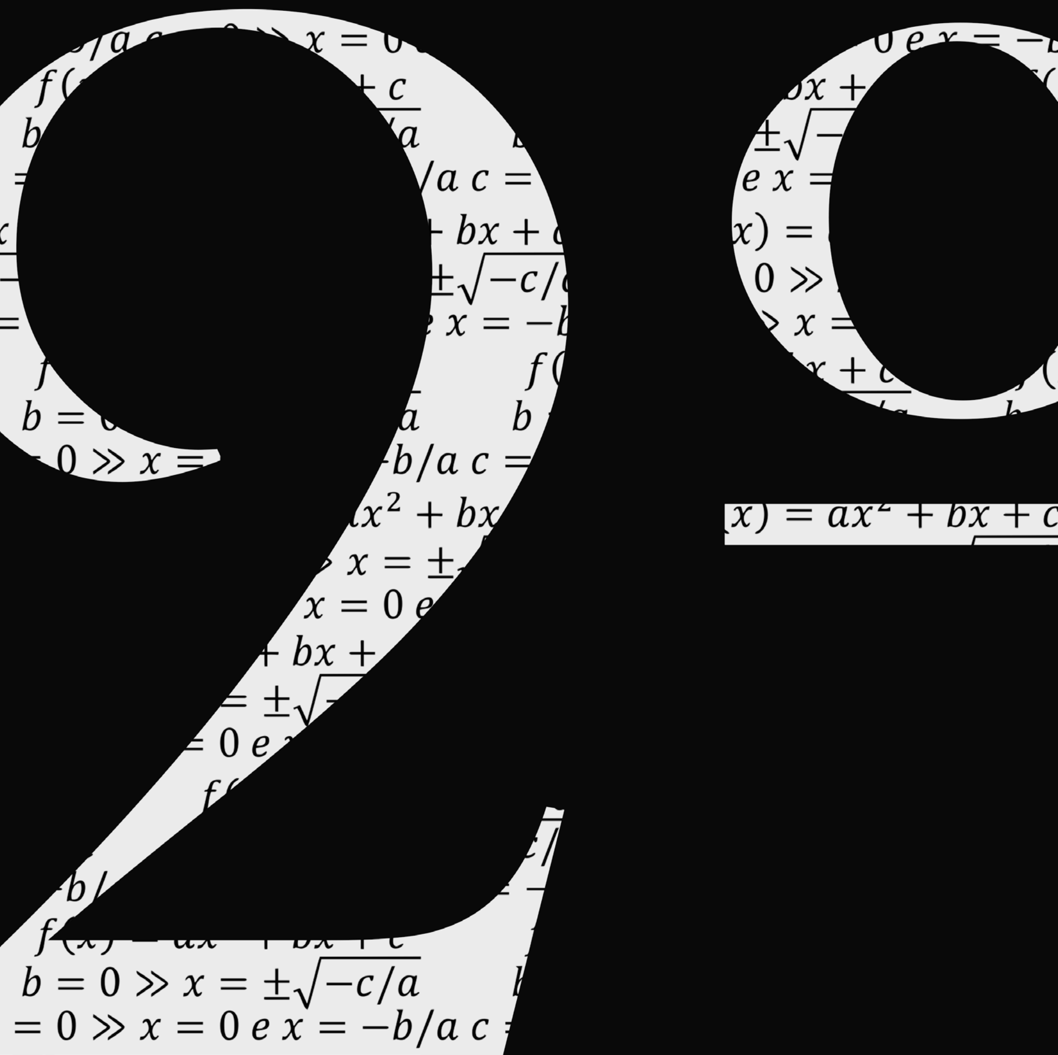
Figura 2 – Método Inovador. **Fonte:** Elaborada pelo autor (2023).

A educação inovadora, implementada no processo de ensino e aprendizagem no atual ensino, precisa de professores que busquem a educação com mudanças de metodologias de projetos voltado para garantir a eficaz do ensino inovador e motivar os estudantes a buscarem aprendizagem significativa. A aprendizagem em matemática precisa de um ambiente transformador para garantir a energia suficiente para os alunos resolver problemas de matemática contemplando as habilidades e comunicação de acordo com sua realidade. Conforme apresenta-se a Figura 3 – Aprendizagem significativa.

Figura 3 – Aprendizagem Significativa. ***Fonte:*** *Lopes (2023).*

CAPÍTULO 2

FUNÇÃO QUADRÁTICA



Definição 1: Dado f(x)= ax^2 + bx + c, é uma função quadrática, quando a ≠ 0 e a,b e c ϵ IR, ou seja, a cada número real está associado a uma imagem real.

Uma função f: IR→IR é chamada de função quadrática quando existirem números reais a,b e c, com a≠0, tais que, f(x)=ax^2 + bx + c, para todo x R. Esses valores dos coeficientes da função quadrática são determinantes para encontrar o conjunto solução, na construção de gráfico, no estudo do sinal das inequações quadrática e desenvolver método inovador de ensino de matemática contemporânea.

Assim podemos utilizar o Geômetra é uma ferramenta essencial no desenvolvimento de habilidades computacionais dos estudantes na atual educação inovadora, com intuito de demonstrar o comportamento dos coeficientes da equação do segundo grau. Vejamos o que acontece quando a=0 e b≠0 e c≠0, conforme a Figura 1 comportamento da equação quando a for nulo. Conforme a Figura 4 – Comportamento do coeficiente a. Além dessa habilidade temos habilidades algorítmica que deve ser explorada na resolução de problemas de matemática de diversas maneiras produzindo várias maneiras de encontrar uma solução. Daí o desenvolvimento de método inovador na matemática sendo capaz de trazer o estudante para um novo aprendizado utilizando as habilidades mais primordial no atual ensino que é a computacional e a algorítmica.

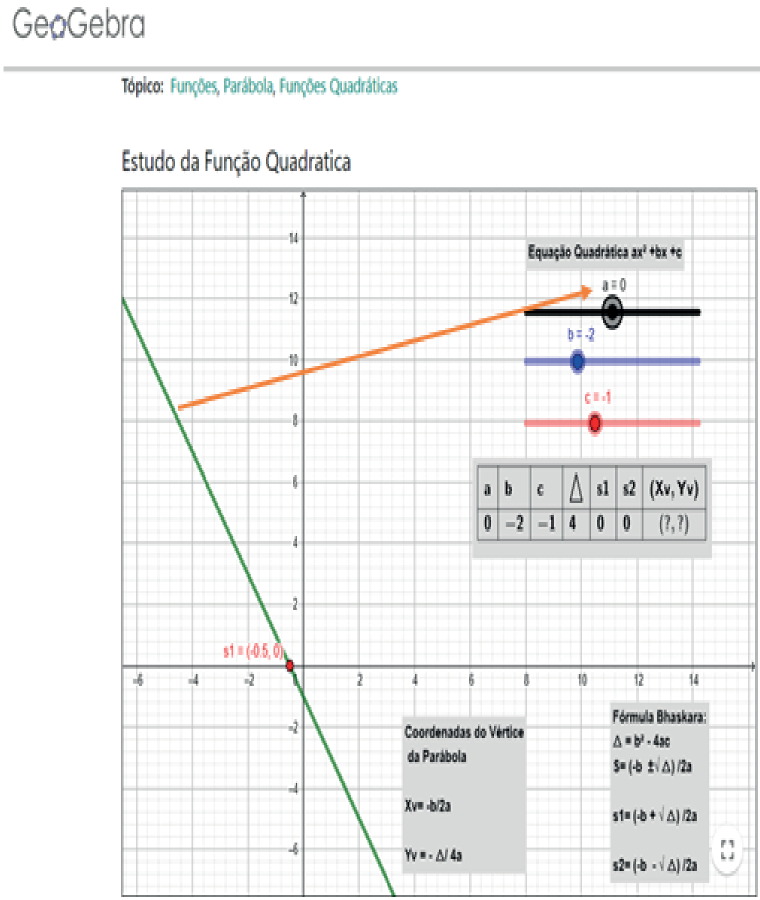
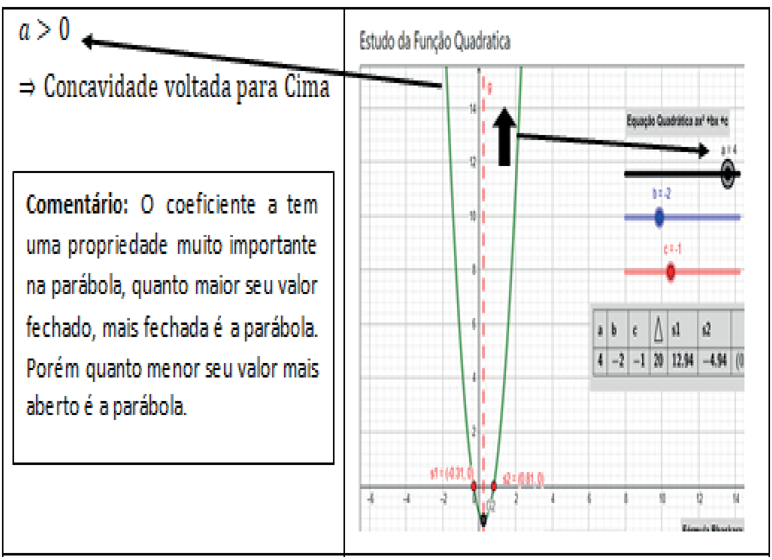


***Figura 4** – Comportamento do coeficiente a.* ***Fonte**: Lopes* (2023).

Quando a=0, forma-se uma equação do primeiro grau. Conforme a Figura 1, apresenta a reta linear formada por f(x) = bx + c, assim em toda equação quadrática a tem que ser diferente de zero para garantir a existência da função e de segundo grau.

Assim percebemos que o coeficiente a, sempre deve ser diferente de zero e à medida que vai aumentando positivamente, a parábola vai se fechando com concavidade voltada para cima e se a for negativo a parábola terá concavidade voltada para baixo. Conforme a Figura 5 - concavidade da parábola



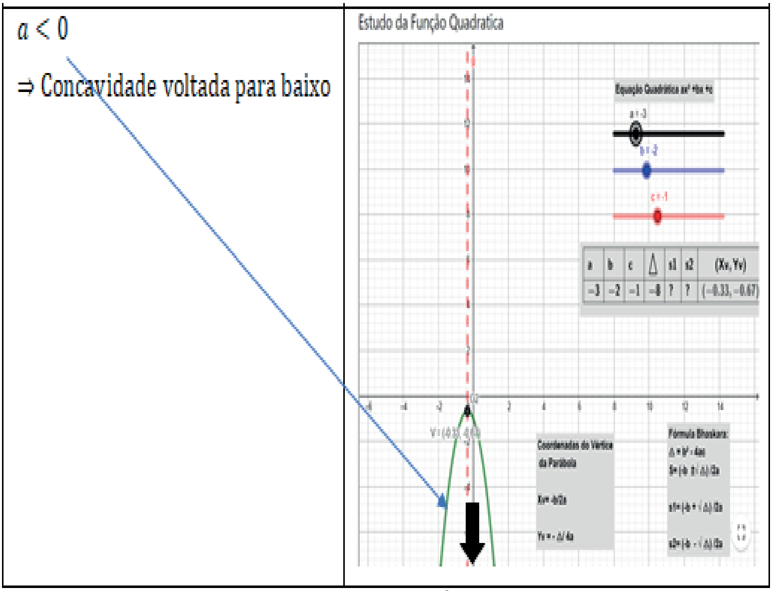


Figura 5 - Concavidade da parábola. **Fonte:** *Lopes* (2023).

Assim concluímos que:

A parábola representativa da função quadrática $y= ax^2+ bx+ c$ pode ter a concavidade voltada para “cima” ou voltada para “baixo”.

Se a>o então a parábola tem concavidade voltada para cima;

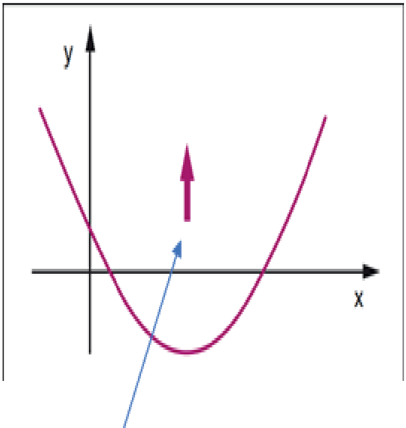


Figura 6 – $a > 0$. Fonte: Lopes (2023).

Se $a < 0$, então a parábola tem concavidade voltada para baixo.

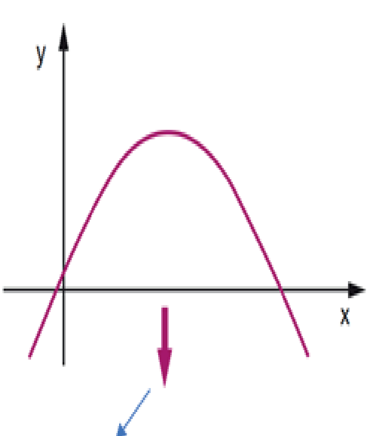


Figura 7 – $a < 0$. Fonte: Lopes (2023).

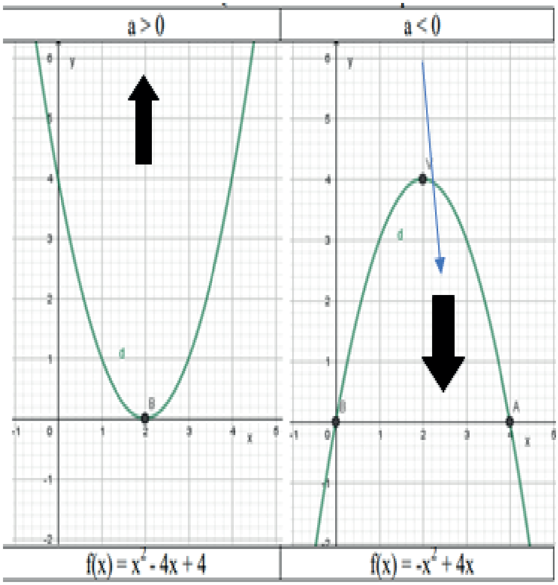


Figura 8 – Concavidade da parábola. Fonte: Lopes (2023).

Definição 2: Uma função $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ é chamada de função quadrática quando existirem números reais a,b e c, com a≠0, tais que, $f(x) = ax^2 + bx + c$, para todo $x \in \mathbb{R}$.

Vamos demonstrar algumas propriedades da função quadrática.

Se $f(x) = ax^2 + bx + c = \quad a'x^2 + b'x + c'$

Para $x = 0 \Rightarrow c = c' \therefore \ ax^2 + bx = a'x^2 + b'x \Rightarrow ax + b = a'x + b' \ \ \forall x \neq 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a+b=-a'+b \\ a+b=a'+b' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=a' \ e \\ b=b' \\ c=c' \end{cases}$$

Comentário: Provamos que a=a´, b=b´ e c=c´, para todo $x \in \mathbb{R}$.

Proposição: Sejam f,g: IR→IR funções quadráticas tais que f (x_1) = g (x_2), f (x_2) = g (x_2) e f (x_3) = g (x_3) em três números reais distintos x_1,x_2 e x_3. Então f (x) = g (x),para todo $x \in \mathbb{R}$.

Demonstração: sejam f (x) = ax^2 + bx + c e

$g(x) = a'x^2 + b'x + c' \Rightarrow então$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} ax_1^2 + bx_1 + c = a'x_1^2 + b'x_1 + c' \\ ax_2^2 + bx_2 + c = a'x_2^2 + b'x_2 + c' \\ ax_3^2 + bx_3 + c = a'x_3^2 + b'x_3 + c' \end{cases} \Rightarrow$$

Fazendo

$\Rightarrow f(x_2) - f(x_1) \Rightarrow \alpha(x_2^2 - x_1^2) + \beta(x_2 - x_1) = 0 \Rightarrow x_2^2 \neq x_1^2$ e $x_3 \neq x_1$

$\Rightarrow f(x_3) - f(x_1) \Rightarrow \alpha(x_3^2 - x_1^2) + \beta(x_3 - x_1) = 0 \Rightarrow x_2^2 \neq x_1^2$ e $x_3 \neq x_1$

$\Rightarrow \alpha(x_1 + x_2) + \beta \Rightarrow \alpha(x_1 + x_3) + \beta \Rightarrow$

$\Rightarrow \alpha(x_3 - x_2) = 0 \Rightarrow \alpha = 0 \Rightarrow \beta(x_3 - x_2) = 0 \Rightarrow \beta = 0 \ e \ \gamma = 0$

Assim, como $\alpha = \beta = \gamma = 0$, fica demonstrado que a= a’, b=b’ e c= c’ como queríamos demonstrar.

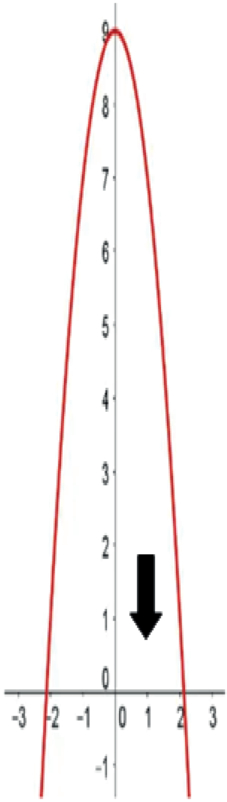
EXERCÍCIO

1) Construa os gráficos das funções definidas nas sentenças com auxílio do Geogebra:

$a)\ y = x^2$	$e)\ y = x^2 - 2x$
$b)\ y = 2x^2$	$f)\ y = x^2 - 6x + 8$
$c)\ y = 3x^2 + 3$	$g)\ y = x^2 - 25x$
$d)\ y = x^2 - 4$	$h)\ y = -x^2 - 10x$

02) Demonstre com auxílio do geogebra o comportamento da parábola quando os valores de a,b e c são alterados.

03) O gráfico a seguir pertence a uma função f(x) do segundo grau, com domínio e contradomínio no conjunto dos números reais. A respeito dessas funções, assinale a alternativa correta:



a) Toda função do segundo grau pode ser escrita na forma $ax^2 + bx + c = 0$.

b) O coeficiente "a" dessa função é positivo.

c) O valor do coeficiente "c", nessa função, é igual a 9.

d) Não é possível determinar as raízes dessa função unicamente a partir de seu gráfico. Para isso, a lei de formação sempre será necessária.

e) $f(2) = 0$ e $f(-2) = 0$

04) Quais os pontos de encontro do gráfico da função $f(x) = x^2 + 6x + 8$, definida nos números reais, com o eixo x do plano cartesiano?

a) (2, 0) e (4, 0) b) (– 2, 0) e (4, 0) c) (2, 0) e (– 4, 0)

d) (– 2, 0) e (– 4, 0) e) (0, – 2) e (0, – 4)

05 - (UFRGS - 2018) As raízes da equação $2x^2 + bx +$

$c = 0$ são 3 e − 4. Nesse caso, o valor de b - c é

a) −26. b) −22. c) −1. d) 22. e) 26.

06-Dada a função quadrática definida em IR, $f(x) = x^2 - 2x$, podemos afirmar que $x_1 + x_2$ é:

a)1 b)2 c)-2 d)0 e)-1

07- Dada a função quadrática definida em IR, $f(x) = x^2 - x$, podemos afirmar que $(a + b + c)^2$ é:

a)1 b)2 c)-2 d)0 e)-1

08-Defina uma função quadrática.

Comportamento do gráfico de acordo com o discriminante

O comportamento de delta, traz informações da parábola e o eixo das ordenadas e das abcissas, conforme o Figura 9 – delta.

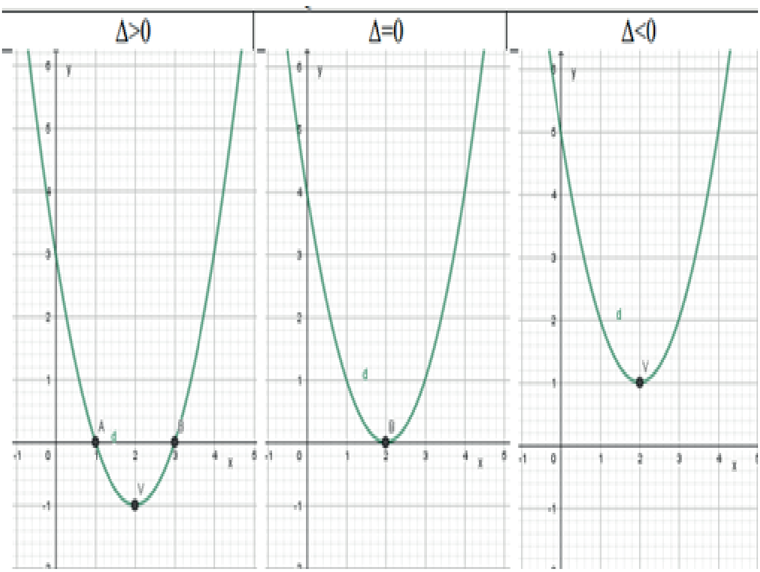


Figura 9 – delata. Fonte: Lopes (2023).

Se $\Delta>0$, tem duas raízes reais x_1e x_2 distintas que tocam em dois pontos do eixo das abcissas A $(x_a,0)$ e B $(x_b,0)$ e toca no eixo das ordenadas que representa o coeficiente c da função quadrática.

Para $\Delta=0$, tem duas raízes reais iguais $x_1 = x_2= -b/a$, o gráfico toca em um único ponto do eixo das abcissas B $(x_b,0)$, onde $x_b=x_1=x_2$ e no eixo das ordenadas em c. Além disso, o ponto B $(x_b,0)$ é o vértice da parábola.

Para $\Delta<0$, a parábola não toca no eixo das abcissas e no eixo das ordenadas toca-se no termo c da função quadrática.

Propriedades dos coeficientes da Equação do 2º grau

P1 → O coeficiente a determina a concavidade da parábola e o comportamento em relação abertura e o fechamento da parábola;

P2 → O coeficiente b desloca a parábola para eixo positivo e negativo do eixo das abcissas, se b < 0 o gráfico se desloca para o eixo positivo e se b > 0 a parábola de desloca para eixo negativo,conforme o Figura 10

$Se\ b < 0$

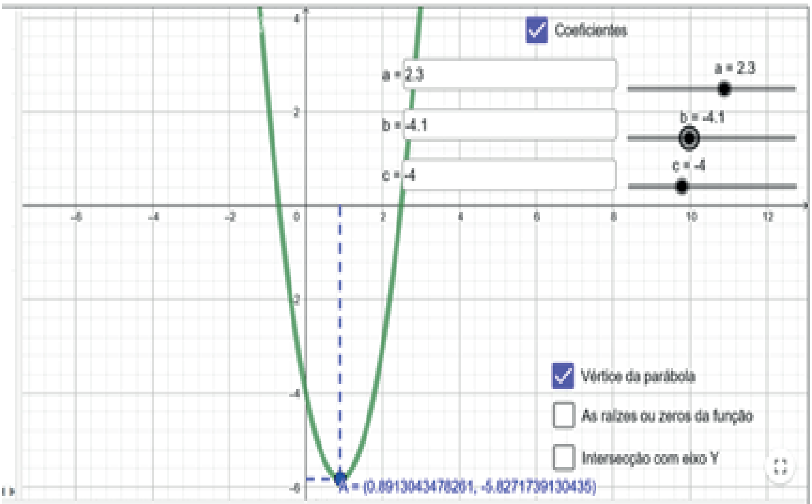


Figura 10 – Comportamento do coeficiente b. Fonte: Lopes (2023).

$Se\ b > 0$

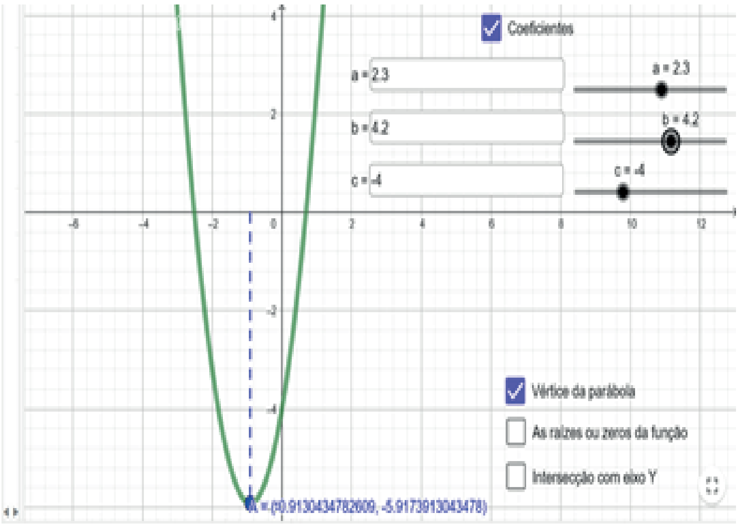


Figura **11** *- Comportamento b.* ***Fonte***: *Lopes* (2023).

P3 → O coeficiente c desloca-se a parábola no eixo das ordenadas, se c<0 a parábola de deslocae para parte inferior e negativa do plano cartesiano e quando c>0 o gráfico da parábola de desloca para parte superior do plano cartesiano.

P4 → O coeficiente c=0, localiza no eixo das ordenas e traz como informação o vértice da parábola v (0,y) e as raízes da equação s={0,-b/a}

09- Identificação dos coeficientes da equação do segundo grau a,b e c.

a) $f(x) = x^2 + 2x + 3$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = 3 \end{cases}$$

b) $f(x) = x^2 - 5x + 4$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -5 \\ c = 4 \end{cases}$$

c) $f(x) = x^2 - 5x + 4$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -5 \\ c = 4 \end{cases}$$

d) $f(x) = x^2 - 5x + 4$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -5 \\ c = 4 \end{cases}$$

e) $f(x) = -3x^2 - 10x$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = -10 \\ c = 0 \end{cases}$$

f) $f(x) = x^2 - 4$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -4 \end{cases}$$

g) $f(x) = x^2$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = 0 \end{cases}$$

h) $f(x) = x^2 - 5x$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -5 \\ c = 0 \end{cases}$$

i) $f(x) = x^2 - 100$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -100 \end{cases}$$

j) $f(x) = x^2 + \sqrt{3}$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = \sqrt{3} \end{cases}$$

k) $f(x) = x^2 - \frac{1}{3}x + 4$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1/3 \\ c = 4 \end{cases}$$

i) $f(x) = x^2 - 121$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -121 \end{cases}$$

A equação do segundo grau é dividida em dois grupos: as equações completas e as incompletas.

Equações do segundo Grau incompletas

São equações em que b ou c são nulos, como também b=0. Assim para encontrar as raízes é simples e prático.

Tipo 1: Quando b = 0 → Temos: $ax^2 + bx + c = 0$

$ax^2 + c = 0$ $\Rightarrow ax^2 = -c$ $\Rightarrow x^2 = -c/a$	Logo, se $b = 0$ o conjunto solução é dado por: $S = \left\{ -\sqrt{-\frac{c}{a}}, +\sqrt{-\frac{c}{a}} \right\}$

como $b = 0$, temos:

Agora podemos resolver exemplos de equação do segundo grau incompleta quando b = 0, assim:

Exemplo 1: Encontre o conjunto solução das equações a seguir:

a) $x^2 - 1 = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -1 \end{cases}$$

$x` = +\sqrt{-c/a} =$

$x` = \sqrt{-(-1)/1} = \pm 1$

$$s = \begin{cases} x` = +1 \\ x`` = -1 \end{cases}$$

$S = \{-1, +1\}$

b) $x^2 - 4 = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -4 \end{cases}$$

$x` = +\sqrt{-c/a} =$

$x` = \sqrt{-(-4)/1}$

$x` = \sqrt{4} = \pm 2$

$$s = \begin{cases} x` = +2 \\ x`` = -2 \end{cases}$$

$S = \{-2, +2\}$

c) $2x^2 - 32 = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 0 \\ c = -32 \end{cases}$$

$x` = +\sqrt{-c/a} =$

$x` = \sqrt{-(-32)/2}$

$x` = \sqrt{16}$

d) $-4x^2 + 100 = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 0 \\ c = 100 \end{cases}$$

$x` = +\sqrt{-c/a} =$

$x` = \sqrt{-(100)/-4}$

$x` = \sqrt{25}$

$$x` = \sqrt{16}$$

$$s = \begin{cases} x` = +4 \\ x`` = -4 \end{cases}$$

$$S = \{-4, +4\}$$

$$x` = \sqrt{25}$$

$$x` = \pm 5$$

$$s = \begin{cases} x` = +5 \\ x`` = -5 \end{cases}$$

$$S = \{-5, +5\}$$

$$e)\ -x^2 - 25 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \\ c = -25 \end{cases}$$

$$x` = +\sqrt{-c/a} =$$

$$x` = \sqrt{-(-25)/-1}$$

$$x` = \sqrt{-25}$$

como tem $-c/a$ deve ser um número positivo, então não existe raiz real. Logo, terá raiz complexa.

$$f)\ x^2 - 9 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -9 \end{cases}$$

$$x` = +\sqrt{-c/a} =$$

$$x` = \sqrt{-(-9)/1}$$

$$x` = \sqrt{9}$$

$$s = \begin{cases} x` = +3 \\ x`` = -3 \end{cases}$$

$$S = \{-3, +3\}$$

Observação 1: Assim, a equação do segundo grau dada por f (x) = $ax^2 + bx + c$, quando o coeficiente b for nulo, necessariamente tem solução real e podemos encontrá-la conhecendo os coeficientes a e c. Porém quando os dois coeficientes forem negativos a < 0, c < 0 e b = o, não possui raiz real. Não tem solução reais, mas solução complexa. Conforme a demonstração a seguir.

Se $b = 0, a < 0$ e $c < 0$ temos que:

$$\Rightarrow ax^2 + bx + c = 0$$

$$\Rightarrow -ax^2 + 0x - c = 0$$

$$\Rightarrow -ax^2 = c$$

$$x = \pm\sqrt{\frac{c}{-a}}$$

Assim podemos perceber que não existe reais negativo:

$\frac{c}{-a} < 0$, assim, não existir raiz reais quando temos radicando negativo com índice par.

Se $b = 0$, $a < 0$ e $c < 0$, temos:Assim temos:

Lista de Exercício

10 - Encontre o conjunto solução no conjunto dos IR das equações quadráticas abaixa:

$a) x^2 - 4 = 0$ $\quad$ $b) x^2 - 9 = 0$

$c) x^2 - 16 = 0$ $\quad$ $d) x^2 - 20 = 0$

$e) -x^2 - 25 = 0$ $\quad$ $f) x^2 - 64 = 0$

$g) x^2 - 100 = 0$ $\quad$ $h) - x^2 + \sqrt{3} = 0$

Tipo 2: Quando c = 0, dada por $ax^2 + bx = 0$

Quando c=o, a equação do segundo grau, definida por $ax^2 + bx + c=0 \rightarrow ax^2 + bx = 0 \rightarrow x(ax+b)=0$ logo temos: $\rightarrow x=0$ e $\rightarrow ax+b=0 \Rightarrow ax = -b \Rightarrow x = \frac{-b}{a}$

Vejamos que quando c = 0, a primeira Raiz é zero, o produto de dois números para ser igual a zero, um dos produtos deve ser zero, ou seja:

$\rightarrow x\ (ax+b)=0 \rightarrow x`=0$ e $x`` = \frac{-b}{a} \Rightarrow s = \left\{0, \frac{-b}{a}\right\} \in \mathbb{R}$, com $a \neq 0$

Exemplo 2: Encontre o conjunto solução ϵ IR, das equações quadrática abaixo:

a) $x^2 - 2x = 0 \rightarrow$ assim temos: $\Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \\ c=0 \end{cases}$ *Logo* a $\Rightarrow s=\left\{0, \frac{-b}{a}\right\} \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow s=\left\{0, \frac{-(-2)}{1}\right\} \in \mathbb{R}, \Rightarrow$ portanto $\Rightarrow s=\{0,2\} \in \mathbb{R}$

$b)\ -x^2 + 5x = 0 \Rightarrow$ assim temos $\Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-5 \\ c=0 \end{cases} \rightarrow$ logo a

$\Rightarrow s=\left\{0, \frac{-b}{a}\right\} \in \mathbb{R} \Rightarrow s=\left\{0, \frac{-(5)}{-1}\right\} \in \mathbb{R} \Rightarrow s=\{0,5\} \in \mathbb{R}$

$c)\ x^2 + \frac{1}{3}x = 0 \Rightarrow$ assim temos $\Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1/3 \\ c=0 \end{cases} \rightarrow$ logo a

$\Rightarrow s=\left\{0, \frac{-b}{a}\right\} \in \mathbb{R} \Rightarrow s=\left\{0, \frac{-(\frac{1}{3})}{1}\right\} \in \mathbb{R} \Rightarrow s=\left\{0, -\frac{1}{3}\right\} \in \mathbb{R}$

Comentário 1: Assim quanta a solução no conjunto dos IR para a equação do tipo 2: $ax^2 + bx = 0$, com $a \neq 0$,b e c $\in$ IR, vale salientar que os sinais de a e b, com c=0, sempre terá raiz reais, com a primeira raiz nula e a segunda raiz igual a (-b) / a.

Tipo 3: Quando a,b e c IR, com $a \neq 0$ dada por $f(x)= ax^2 + bx + c$

$ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow$ sabendo que s=-a/b a soma das raízes (x`+ x``=s) e p=c/a → s e p são os valores de x para os quais f (x)= ax^2 +bx +c se anula. Logo podemos afirmar que: → x^2 -sx + p =0 → onde s é a soma das raízes e c os produtos das raízes.

A soma das raízes da equação $ax^2 + bx + c=0$, onde a a ≠ 0,´e igual a -b/a.

Relações entre os coeficientes e as raízes

No método inovador, além da fórmula de Bhaskara, as duas relações mais importantes e famosas sobre equações de segundo grau são as formulas para a soma e para o produto de suas raízes em função de seus coeficientes. Deduziremos tais formulas nesta seção. Para tanto, comecemos recordando alguns fatos colecionados no material anterior.

Ao longo desta seção, vamos considerar a equação **ax^2 + bx**

+ c=0, onde a a ≠ 0. Lembre-se de que $\Delta = b^2 - 4ac$ são discriminante da equação e que, quando $\Delta < 0$, equação não possui raízes reais. Assim, vamos assumir aqui que $\Delta > 0$ e vamos considerar os números reais x_1 e x_2, obtidos pela fórmula de Bhaskara, como segue.

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{e} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Verificamos o comportamento no caso em que $\Delta > 0$, os números x_1 e x_2 são as soluções distintas da equação. Enquanto que, quando $\Delta = 0$, os valores de x_1 e x_2 são raízes iguais. Neste caso, a equação possui uma única solução pertencente ao conjunto dos números IR, mas dizemos que ela é uma solução dupla ou, ainda, uma raiz de multiplicidade em dois valores idênticos. Com isso estabelecido, ao usarmos a expressão "soma das raízes" estamos sempre nos referindo ao valor da soma $x_1 + x_2$, mesmo no caso em que $x_1 . x_2$.

Assim podemos demonstrar a soma de duas raízes:

$$x_1 + x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{=-b-b+\sqrt{\Delta}-\sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{-2b}{2a}$$

$$\rightarrow x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

A soma das raízes da equação $ax^2 + bx + c = 0$, onde a $a \neq 0$,´e igual a -b/a.

Logo, podemos concluir que:

Vamos demonstrar o produto de duas raízes:

$$\rightarrow x_1 * x_2 = \left(\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}\right) \cdot \left(\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}\right) \Rightarrow x_1 * x_2 = \frac{b^2 + b\sqrt{\Delta} - b\sqrt{\Delta} - (\sqrt{\Delta})^2}{4a^2} \Rightarrow$$

$$x_1 * x_2 = \frac{b^2 - \Delta}{4a^2}, \quad \Delta = b^2 - 4ac, \ \textit{assim temos}$$

$$x_1 * x_2 = \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} \Rightarrow x_1 * x_2 = \frac{b^2 - b^2 + 4ac}{4a^2} \Rightarrow x_1 * x_2 = \frac{c}{a}$$

O produto de duas raízes da equação $ax^2 + bx + c = 0$, onde a $a \neq 0$ é

Portanto, o produto de duas raízes da equação $ax^2 + bx + c = 0$, onde a $a \neq 0$ é c/a.

Exemplo 3. Encontre a soma e o produto das raízes de cada uma das seguintes equações do segundo grau:

a) $-x^2 + 11x + 7 = 0 \Rightarrow s = -\frac{b}{a} = -\frac{11}{-1} = 11$ e $p = \frac{c}{a} = \frac{7}{-1} = -1$

→ Logo s = 11 e p = -1.

Obtemos diretamente que a soma é 11 e o produto é -1. Veja que isso é bem mais rápido do que se tivéssemos primeiro que calcular cada uma das raízes para depois efetuar a soma e o produto entre elas.

b) $x^2 - 7x + 10 = 0 \Rightarrow s = -\frac{b}{a} = -\frac{(-7)}{1} = 7$ e $\Rightarrow p = \frac{c}{a} = \frac{10}{1} = 10$

Comentário 2: Obtemos diretamente que a soma é 7 e o produto é 10. Veja que isso é bem mais rápido do que se tivéssemos primeiro que calcular cada uma das raízes para depois efetuar a soma e o produto entre elas.

→ Logo, s = 7 e p = 10

c) $x^2 - 15x + 50 = 0$, utilizando o método inovador de ensino, temos:

Solução $\Rightarrow s = -\frac{b}{a} = -\frac{(-15)}{1} = 15$ e $\Rightarrow p = \frac{c}{a} = \frac{50}{1} = 50 \Rightarrow$

Logo, s = 15 e p = 150.

Comentário: Obtemos diretamente que a soma é 15 e o produto é 50. Veja que isso é bem mais rápido do que se tivéssemos primeiro que calcular cada uma das raízes para depois efetuar a soma e o produto entre elas.

d) $x^2 - 49 = 0$, para resolver esta equação vamos utilizar o método inovador de resolução de equação temos:

$\Rightarrow s = -\frac{b}{a} = -\frac{(0)}{1} = 0$ e seu produto $\Rightarrow p = \frac{c}{a} = \frac{-49}{1} = -49 \Rightarrow$

Logo, s = 0 e p= -49

Problemas sobre soma e produto de uma equação

Voltando a equação genérica $ax^2 + bx + c = 0$, onde a $a \neq 0$, como temos a seguinte equivalência: $ax^2 + bx$

$+ c = 0 \leftrightarrow \quad \frac{a}{a}x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0, \qquad x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$

Agora, denotando por S e P, respectivamente, o valor da soma e do produto das raízes, temos S = -b/a e P = c/a, de sorte que a ´ultima equação acima pode ser escrita como: $x^2 - Sx + P = 0$.

Comentário 3: Obtemos diretamente que a soma é 0 e o produto é -49. Veja que isso é bem mais rápido do que se tivéssemos primeiro que calcular cada uma das raízes para depois efetuar a soma e o produto entre elas.

11-Escreva uma equação de segundo grau que tenha como raízes os número 2 e 5.

12- Escreva uma equação de segundo grau que tenha como raízes os número -1 e -3.

13- Indique qual das equações abaixo possui como raízes os n´úmeros $x_1 = 2$ e $x_2 = 1/2$:

$a)\ 3x^2 + 10x + 3 = 0.$ $b)\ -3x^2 + 10 + 3 = 0.$ $c)\ x^2 + \frac{10}{3}x + 1 = 0.$

$d)\ -x^2 + \frac{10}{3}x - 1 = 0.$ $e)\ x^2 - \frac{5}{2}x + 1 = 0$

14-Sabendo que as raízes da equação $x^2 + 2x - 15 = 0$, são números inteiros, encontre esses números utilizando o método inovador.

15- Encontre o conjunto solução em IR das funções quadráticas abaixo;

a) $x^2 - 3x + 2 = 0, \Rrightarrow x^2 - sx + p = 0 \Rrightarrow p = 1x2\ e$
$\Rrightarrow s = -(1+2) = -3$

s={1,2} → ou seja, quais os dois números que multiplicado é igual a p = c/a e ao ser somado é igual a s = -a/b

$b)\ x^2 - 5x + 6 = 0, \Rrightarrow x^2 - sx + p = 0 \Rrightarrow p = 2x3\ e \Rrightarrow s = -(2+3) = -5$

s={2,3} → ou seja, quais os dois números que multiplicado é igual a p = c/a e ao ser somado é igual a s = -a/b

Somas de potências das raízes

Para realizar a soma das raízes elevados a um expoente n, vamos simplificar a notação, nesta seção chamaremos de r e s as raízes da equação de segundo grau $ax^2 + bx + c = 0$. Sendo n um número natural, vamos denotar por S_n o valor da expressão $r^n + s^n$, onde:

r e s são as raízes da equação quadrática,

n é o expoente que queremos calcular;

S_n é a soma das raízes elevada a n, para r e s. $\rightarrow S_n = r^n + s^n$

$\rightarrow S_0 = r^0 + s^0 \rightarrow S_0 = 1 + 1 \rightarrow S_0 = 2$, portanto $S_0=2$

$\rightarrow S_1 = r^1 + s^1 \rightarrow S_1 = - b/a$, $\rightarrow S_2 = r^2 + s^2$ e $\rightarrow S_3 = r^3 + s^3$

Comentário: S_n é a soma das raízes da equação quadrática igual a -b/a, onde utilizamos a solução através do conhecimento dos coeficientes da equação.

Substituindo r e s na equação quadrática definida por ax^2 +

bx + c = 0, onde a a ≠ 0, Assim temos: $\Rightarrow \begin{cases} ar^2 + br + c = 0 \\ as^2 + bs + c = 0 \end{cases}$

Equação 1-Substituição das raízes r e s

Fonte: Lopes (2023).

Somando as igualdades:

$\rightarrow$ a $(r^2 + s^2)$ + b (r + s) + 2 c=0 $\rightarrow aS_2 + bS_1 + 2c = 0$

$$\rightarrow S_2 = -\frac{b}{a}S_1 - \frac{2}{a}c \Rightarrow S_2 = \frac{b^2}{a^2} - \frac{2c}{a} \Rightarrow S_2 = \frac{b^2 - 2ac}{a^2}$$

Logo chegamos a $\Rightarrow S_2 = \dfrac{b^2 - 2ac}{a^2}$

De maneira geral, para n ≥ 3, multiplicamos os dois membros da equação por Equação 1 por r $^{(n-2)}$ e s $^{(n-2)}$, obtemos:

$\begin{cases} ar^n + br^{n-1} + cr^{n-2} = 0 \\ as^n + bs^{n-1} + cs^{n-2} = 0 \end{cases}$, Somando termo a termo temos

$$a(r^n + s^n) + b(r^{n-1} + s^{n-1}) + c\left(r^{n-2} + s^{n-2}\right) = 0$$

Logo, temos: $aS_n + bS_{n-1} + cS_{n-2} = 0$

Portanto chegamos à equação geral: $aS_n + bS_{n-1} + cS_{n-2} = 0$

Para todo $n \geq 3$

Exemplo 4: Sejam r e s as raízes da equação $x^2 - x - 1 = 0$.

Encontre o valor da seguinte expressão $r^4 + s^4$

Solução: $\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = -1 \end{cases} \Rightarrow logo\ temos:$

.

$$\Rightarrow aS_n + bS_{n-1} + cS_{n-2} = 0 \Rightarrow S_n - S_{n-1} - S_{n-2} = 0 \Rightarrow S_n = S_{n-1} + S_{n-2}$$

$\Rightarrow S_0 = r^0 + s^0 \Rightarrow S_0 = 1 + 1 \Rightarrow S_0 = 2$ e $\Rightarrow S_1 = -\frac{b}{a} = \Rightarrow S_1 - \frac{-1}{1} \Rightarrow S_1 = 1$

Portanto, concluímos que:

$S_0 = r^0 + s^0$	$S_0 = 1 + 1 = 2$
$S_1 \Rightarrow$ *soma das raízes*	$S_1 = -\frac{b}{a}$
$S_2 = S_1 + S_0$ *soma dos quadrados das raízes*	$S_2 = r^2 + s^2$
Termo geral	$aS_n + bS_{n-1} + cS_{n-2} = 0.$

Sendo assim temos: $\Rightarrow S_n = S_{n-1} + S_{n-2} \Rightarrow S_2 = S_1 + S_0 = 1 + 2 = 3$

$\Rightarrow S_3 = S_2 + S_1 = 3 + 1 = 4$ e $S_4 = S_3 + S_2 = 4 + 3 = 7$

Exemplo 5: Sejam r e s as raízes da equação $x^2 - 6x + 5 = 0$.

Encontre o valor da seguinte expressão $r^3 + s^3$

Solução: $\Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-6 \\ c=+5 \\ n=3 \end{cases} \Rightarrow logo\ temos: \Rightarrow aS_n + bS_{n-1} + cS_{n-2} = 0$

$\Rightarrow S_n - 6S_{n-1} + 5S_{n-2} = 0 \Rightarrow S_n = 6S_{n-1} - 5S_{n-2} \Rightarrow S_3 = 6S_{3-1} - 5S_{3-2} \Rightarrow S_3 = 6S_2 - 5S_1 \Rightarrow S_0 = r^0 +$

$s^0 = 1 + 1 = 2 \Rightarrow S_1 = -\dfrac{b}{a} = -\dfrac{-6}{1} = 6$ → Sendo assim temos:

$\Rightarrow S_3 = 6S_2 - 5S_1 \Rightarrow S_2 = 6S_1 - 5S_0 = 6x6 - 5x2 = 36 - 10 = 26$

$\Rightarrow S_3 = 6S_2 - 5S_1 \Rightarrow S_3 = 6x26 - 5x2 \Rightarrow S_3 = 156 - 10 = 146 \Rightarrow S_3 = 146$

Portanto, → $S_3 = 146$

Exemplo 6: Sejam r e s as raízes da equação $x^2 + x - 3 = 0$.

Encontre o valor da seguinte expressão $r^3 + s^3$

Solução:

$\Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \\ c=-3 \\ \Rightarrow logo\ temos: \end{cases} \Rightarrow aS_n + bS_{n-1} + cS_{n-2} = 0 \Rightarrow S_n - 6S_{n-1} + 5S_{n-2} = 0$

$\Rightarrow S_n = 6S_{n-1} - 5S_{n-2}\ Substituindo \Rightarrow S_3 = 6S_{3-1} - 5S_{3-2} \Rightarrow S_3 = 6S_2 - 5S_1$

$\Rightarrow S_0 = r^0 + s^0 \Rightarrow S_0 = 1 + 1 \Rightarrow S_0 = 2$ e $\Rightarrow S_1 = -\dfrac{b}{a} \Rightarrow S_1 = -\dfrac{-1}{1} \Rightarrow S_1 = -1$

Sendo assim: $\Rightarrow S_3 = 6S_2 - 5S_1 \Rightarrow S_2 = 6S_1 - 5S_0 = 6x6 - 5x2 = 36 - 10 = 26$

$$\Rightarrow S_3 = 6S_2 - 5S_1 \Rightarrow S_3 = 6x26 - 5x2 \Rightarrow S_3 = 156 - 10 = 146$$

$\rightarrow S_3 = 146$

Outras alternativa de resolução

$$\Rightarrow r^2 + s^2 = (r+s)^2 - 2rs \Rightarrow S_2 = r^2 + s^2 = (r+s)^2 - 2rs$$

$$\Rightarrow = \left(\frac{-b}{a}\right)^2 - \frac{2c}{a} = \frac{b^2}{a^2} - \frac{2c}{a} \Rightarrow S_4 = r^4 + s^4 S_4 = \left(r^2 + s^2\right)^2 - 2r^2 s^2$$

Logo concluímos que:

$$\Rightarrow S_4 = r^4 + s^4 = \left(r^2 + s^2\right)^2 - 2r^2 s^2$$

Exemplo 7: Sejam r e s as raízes da equação $2x^2 - 8x - 2220 = 0$. Encontre o valor da seguinte expressão $r^2 + s^2$

Solução:

Sendo r e s as soluções da equação $2x^2 - 8x - 2220 = 0$, então temos que:

$$\Rightarrow S_1 = -\frac{b}{a} = -\left(\frac{-8}{2}\right) = 4 \text{ e } \Rightarrow r.s = \left(\frac{-2220}{2}\right) = -1110$$

Substituindo na expressão:

$$\Rightarrow S_2 = r^2 + s^2 = (r+r)^2 - 2r^2s^2 \Rightarrow S_2 = 4^2 - 2x(-2)x(-1110)$$

$$\Rightarrow S_2 = 16 + 2220 \Rightarrow S_2 = 1236$$

Logo, portanto a soma dos quadrados das raízes é 1236.

Comentário 4: Assim, na resolução de problemas de equações de 2º grau, em se tratando de potências de raízes, podemos resolver de diversas maneiras de se chegar à solução, desenvolvendo habilidades algorítmica e computacional.

Comentário 5: Portanto as raízes da equação Tipo 3 - quando a, b, c $\in \mathbb{R}$, com $a \neq 0$ dada por $f(x) = ax^2 + bx + c$, são dois números procurados dentro do conjunto dos números reais. Nem sempre existem dois números cujo produto é p e cuja soma é s. Assim devemos perceber que este caso obrigatoriamente não conseguimos resolver todos os casos.

Tipo 4: Fatoração do Trinômio dado por $f(x) = ax^2 + bx + c$, com a, b e c $\in \mathbb{R}$, com $a \neq 0$.

Para se encontrar a solução de uma equação do 2º grau, conhecia-se um único método desenvolvido por Bhaskara, com auxílio de uma equação chegamos ao conjunto solução dentro do conjunto dos números reais. Pela fatoração do trinômio, chegamos a resolver qualquer tipo de equação de segundo grau e sem usar fórmula, apenas fatorando um trinômio e os conhecimentos de produtos notáveis.

Se $(x + k)^2 = x^2 + 2kx + k^2 \Rightarrow (x - 3)^2 = x^2 - 2.3.x + 3^2$

$\Rightarrow (x - 3)^2 \Rightarrow portanto, \Rightarrow x^2 - 6.x + 9$

Construção de gráficos da equação do 2º grau

Para se construir o gráfico de uma função quadrática, precisamos necessariamente das raízes da equação (x^1, x^2), o termo c da equação, vértice da parábola e o comportamento de a, como apresenta a Figura 7 – Gráfico da função quadrática.

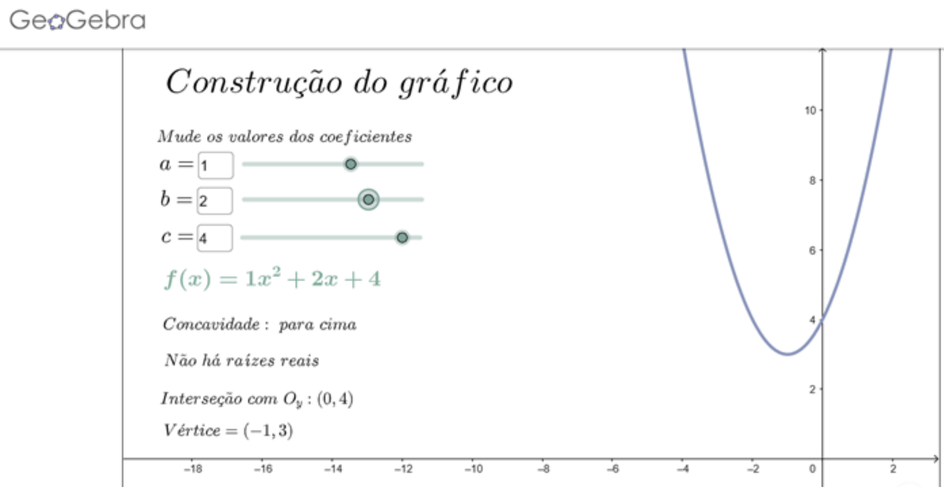


Figura 12 – Gráfico da função quadrática.Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Comentário 6: Vejamos no gráfico 5, a concavidade é voltada para cima, pois o valor de a > o, não toca no eixo dos ox, porque $\Delta < 0$ e toca no eixo dos oy (valor de c).

Assim podemos generalizar uma função para construir o gráfico da função quadrática, como:

$$f(x) = ax^2 + bx + c \Rightarrow \begin{cases} a \text{ abertura e fechamento da parábola;} \\ b \text{ deslocamento no eixo das ordenada;} \\ c \text{ toca} - \text{se no eixo dos oy na vertical.} \end{cases}$$

Completando quadrado da equação $ax^2 + bx + c = 0$

Um procedimento com objetivo de sanar as dificuldades vivenciadas pelos estudantes de ensino médio, em determinar as raízes da equação do 2º grau é o método de completar quadrados definido por:

Assim temos: $f(x) = a(x - n) + p$, onde n = (-b) / a e p = f (n), esta equação é denominada forma canônica do trinômio.

De forma geral, a equação do 2º grau definida por f(x) = $ax^2 + bx + c$, dessa forma escrevemos:

$$f(x) = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c \Rightarrow = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$$

$$\Rightarrow = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a} \Rightarrow$$

Se a equação $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$, e equivalente a equação a $(x + k)^2 + h = 0$, e denotando $\Delta = b^2 - 4ac$, determine os valores de k e h :

Solução: Comparando com a equação da fatoração temos:

$$\Rightarrow a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a} \quad \Rightarrow \quad f(x)=(x+k)^2+h$$

Portanto, podemos concluir que: $h=-\frac{\Delta}{4a}$ e $k=\frac{b}{2a}$

Como temos o valor do discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$ obedece às seguintes propriedades:

Se $\Rightarrow \Delta < o\ a\ equação\ não\ tem\ raizes\ reais \Rightarrow$ se acontece que o gráfico não toca no eixo dos ox, pois não existe soluções, quando o discriminante delta for menor que zero, conforme o gráfico:

16 – Escreva cada uma das equações a seguir na forma fatorada:

a) $x^2 - 5x + 6 = 0$

b) $x^2 - 8x + 12 = 0$

c) $x^2 + 2x - 8 = 0$

d) $x^2 - 5x + 8 = 0$

e) $2x^2 - 8x + 8 = 0$

f) $x^2 - 4x - 5 = 0$

g) $-x^2 + x + 12 = 0$

i) $-x^2 + 6x - 5 = 0$

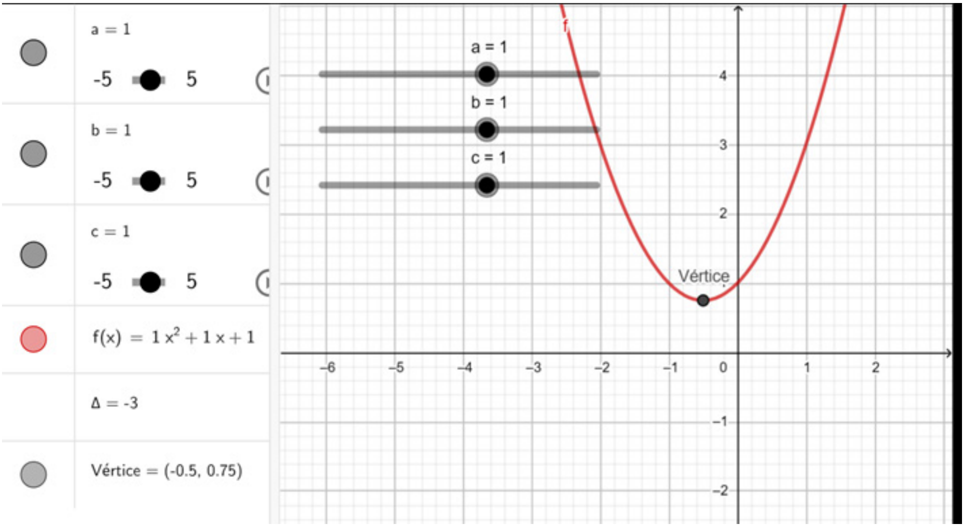


Gráfico 13 - Δ < o. Fonte: Lopes (2023)

$\Rightarrow \Delta = 0$ *a equação tem duas raizes reais iguais*

$\Rightarrow \Delta > 0$ *a equação tem duas raízes reais e distintas.*

Exemplo 8: Determine o conjunto solução das equações quadráticas utilizando o método de completar quadrática:

a) $x^2 + 6x = 0$

Solução: assim temos $x^2 + 6x = x^2 + 2.3.x = x(x + 6) + 0$

$f(x)=a(x-n)+p \Rightarrow assim,\ temos\ que\ as\ raízes\ da\ equação\ é\ dado\ por\ x^1=-n\ e\ x^2=p \Rightarrow x^1=-6\ e\ x^2=0$

$b)\ x^2-5x=x(x-5) \Rightarrow f(x)=a(x-n)+p \Rightarrow$ assim, temos que as raízes da equação é dado por $x^1=-n\ e\ x^2=p \Rightarrow x^1=-5\ e\ x^2=0$

$$c)\ 3x^2+4x-5=3\left(x+\frac{2}{3}\right)^2-\frac{19}{3}$$

$$Logo.\ temos:\ x^1=-\frac{2}{3}\ e\ x^2=-\frac{19}{3}$$

$$d)\ 2x^2-5x+3=0$$

$Temos\ que: n=\frac{5}{4}$ e $p=-\frac{1}{8},\ logo\ a\ forma\ canônoca\ deste\ trinômio\ é:$

$$f(x)=2(x-\frac{5}{4})^2-\frac{1}{8}$$

Fatorando o trinômio $ax^2 + bx + c = 0$

O trinômio $ax^2 + bx + c$ é do segundo grau, com $a \neq 0$, $b \in \mathscr{R}$ e $c \in \mathscr{R}$. Portanto esse trinômio é equivalenta a $a x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$. Assim, sempre que for necessário colocar na forma de:

$$x^2+px+q=0,\ onde\ p=\frac{b}{a}\ e\ q=\frac{c}{a}$$

$$ax^2+bx+c=a(x-\alpha).(x-\beta)$$

Exemplo: Dada a equação definida por $x^2 -5x = 0$, transforme em produto a equação:

$(x-\alpha).(x-\beta)= (x-0).(x-5)$ onde α é a primeira raiz da equação e a segunda raiz da equação.

Exemplo 9: Dada a equação definida por x^2 -9 = 0, transforme em produto a equação:

Solução da equação:

$\Rightarrow (x-\alpha).(x-\beta)= (x-3).(x+3)$ onde α é a primeira raiz da equação e β a segunda raiz da equação.

Exemplo 10: Dada a equação definida por x^2 -5x + 6 = 0, transforme em produto a equação:

Solução da equação: $\Rightarrow (x-\alpha).(x-\beta)=(x-2).(x-3)$, onde α é a primeira raiz da equação e β a segunda raiz da equação.

Exemplo 11: Dada a equação definida por x^2 -8x + 15 = 0, transforme em produto a equação:

Solução da equação: $\Rightarrow (x-\alpha).(x-\beta)=(x-3).(x-5)$, onde α é a primeira raiz da equação e β a segunda raiz da equação.

Exemplo 12: Dada a equação definida por $x^2 - 12x + 20 = 0$, transforme em produto a equação:

Solução da equação: $\Rightarrow (x-\alpha).(x-\beta) = (x-2).(x-10)$, onde α é a primeira raiz da equação e β a segunda raiz da equação. Logo, $\alpha = 2 \; e \; \beta = 10$. Portanto, $ax^2 + bx + c = 0$ pode ser escrito da seguinte forma:

$ax^2 + bx + c = (x - x').(x - x'')$, logo temos:

$ax^2 + bx + c = (x - 2').(x - 10'') \Rightarrow x^2 - (2 + 10)x + 2x10$

$\Rightarrow x^2 - 12x + 20 = 0$

Vértice da parábola

Definição: O vértice da parábola é um ponto pertencente ao gráfico da função quadrático e cujas coordenadas são representadas por v (x_v, y_v), onde $x_v = -\frac{b}{a}$ e $y_v = -\frac{\Delta}{4a}$, ou seja, ou seja, assume valores nos quais nos dão como informação o ponto de máximo e de mínimo da função.

A reta que contém o foco (F) e é perpendicular a diretriz. Ele é o ponto médio do segmento cujas extremidades são dadas pelo foco e a interseção do eixo com a diretriz. Conforme o Figura 8 - vértice da parábola.

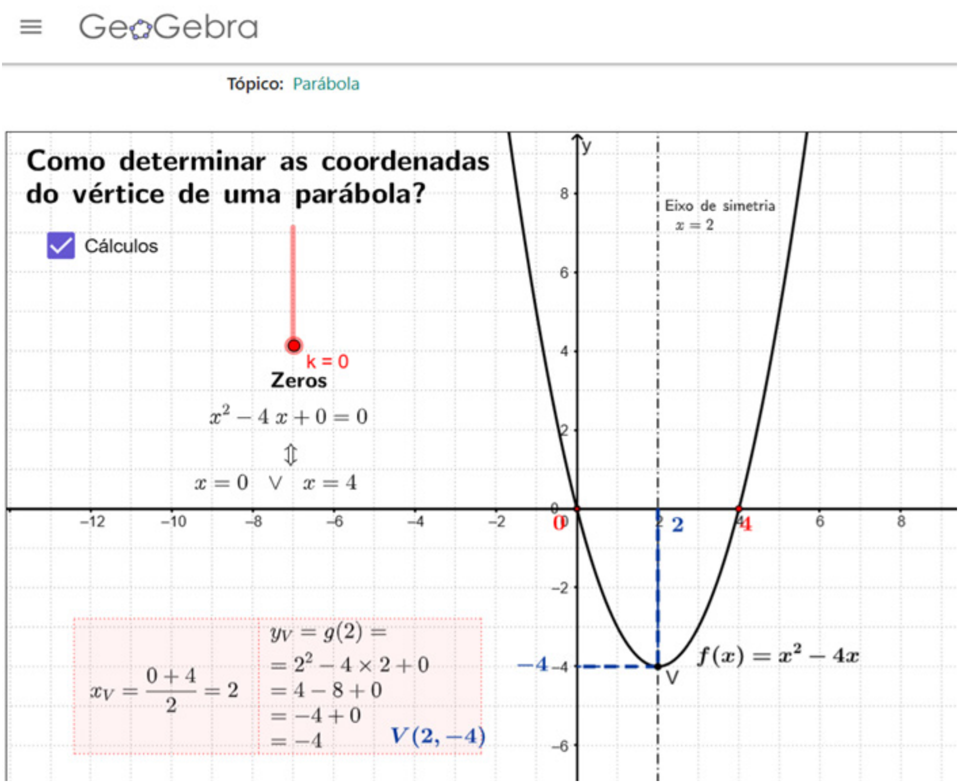


Figura 14-Vértice da parábola. Fonte:Lopes (2023).

Exemplo 13: Dada a função quadrática definida por $f(x)=x^2 -2x$, identifique o vértice da parábola e sua representação gráfica.

Resolução: Dada a função $f(x)=x^2 -2x$

Cálculo de x_v abcissa do eixo:

$$x_v = -\frac{b}{a} \Rightarrow x_v = -\left(\frac{b}{a}\right) \Rightarrow x_v = -\left(\frac{-2}{1}\right) = 2 \quad \Rightarrow x_v = 2$$

Cálculo de $y_v = -\frac{\Delta}{4a} \Rightarrow y_v = -\frac{\Delta}{4a} \Rightarrow y_v = -\frac{4}{4.1} \Rightarrow y_v = -1$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4.1.0 \quad \Rightarrow \Delta = 4 \Rightarrow$ Logo, v (2, -1)

Valor de máximo

Definição: O ponto de máximo de uma função quadrática, são todos os valores de y_m, quando $y_m \geq y$, conforme a Figura - 10- Valor de máximo

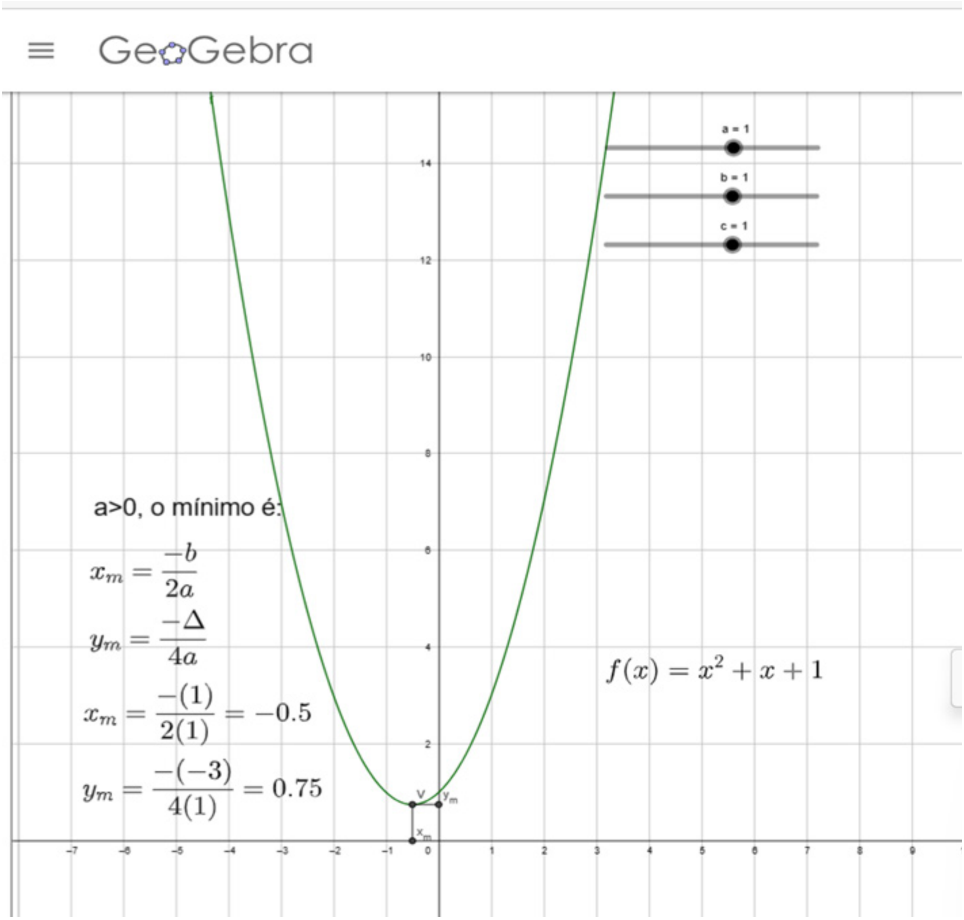


Figura 15-Valor de máximo.Fonte:Lopes(2023).

Se: $a < 0$, a função quadrática $y = ax^2 + bx + c$ admite o valor de máximo conforme a figura 10. Assim que: $y_v = -\Delta/4a$, para $x_m = -b/a$

Comentário 7: Quando temos um valor de máximo, acontece que o y_v é o maior valor no eixo das ordenadas, por isso que recebe o nome de valor de máximo.

Exemplo 14: Na função real $f(x) = -x^2 +4x -4$,temos valor de máximo ou de mínimo?

sendo a= -1, b= 4 e c= -4 → Como o valor de a<0, a função tem valor de máximo, conforme a Figura 11- valor máximo da função. Esse valor é determinado através da concavidade da parábola e suas coordenadas do vértice. Além desses valores podemos determinar a sua imagem localizada no eixo das ordenadas.

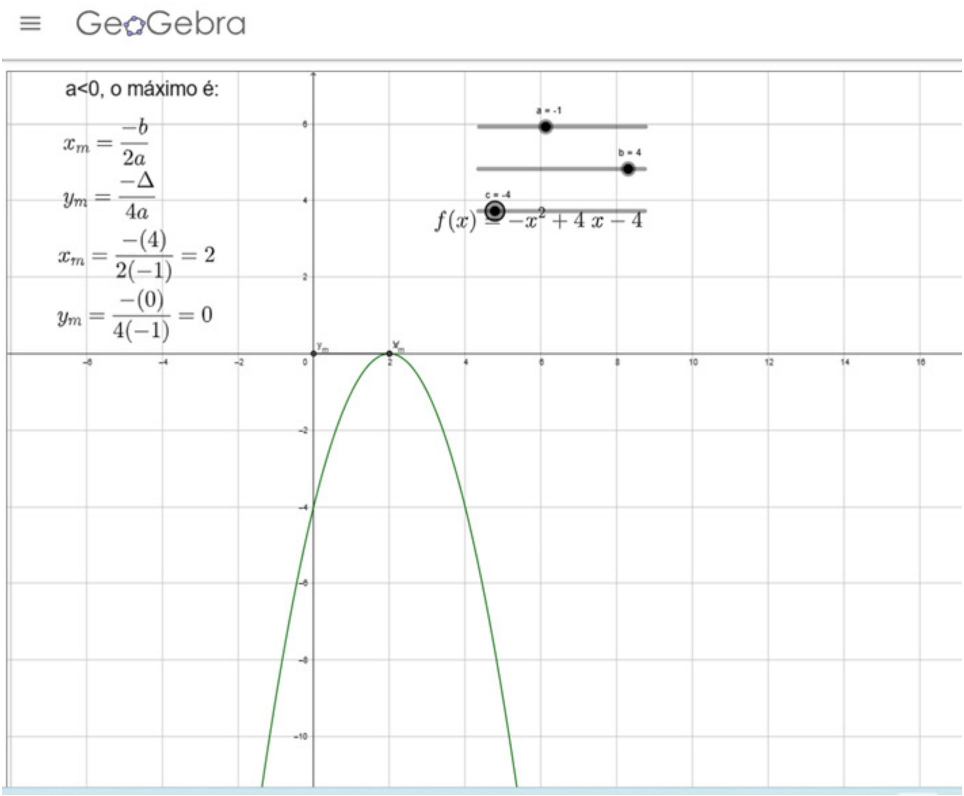


Figura 16- Valor máximo. Fonte: Lopes (2023)

Valor de mínimo

Definição: O valor de mínimo de uma função quadrática definida por f(x) = $ax^2 + bx + c$, assume este valor quando a > 0, admite valor de mínimo quando temos:

$y_v = -\frac{\Delta}{4a}$, para $x_m = -\frac{b}{a}$, conforme a figura 11 - valor mínimo. Esse valor é determinado quando a parábola tem concavidade voltada para cima, com vértice localizado, tem como propriedade dos valores máximos e mínimo. Esses valores dependem exclusivamente da posição do vértice. Quando a > 0 assume valores mínimos, pelo fato de que a parábola tem o menor valor no eixo dos oy, assim temos sua imagem determinada. Assim, os valores máximos e sua imagem da função quadrática na posição da parábola, determinado por sua concavidade e por sua ordenada do vértice.

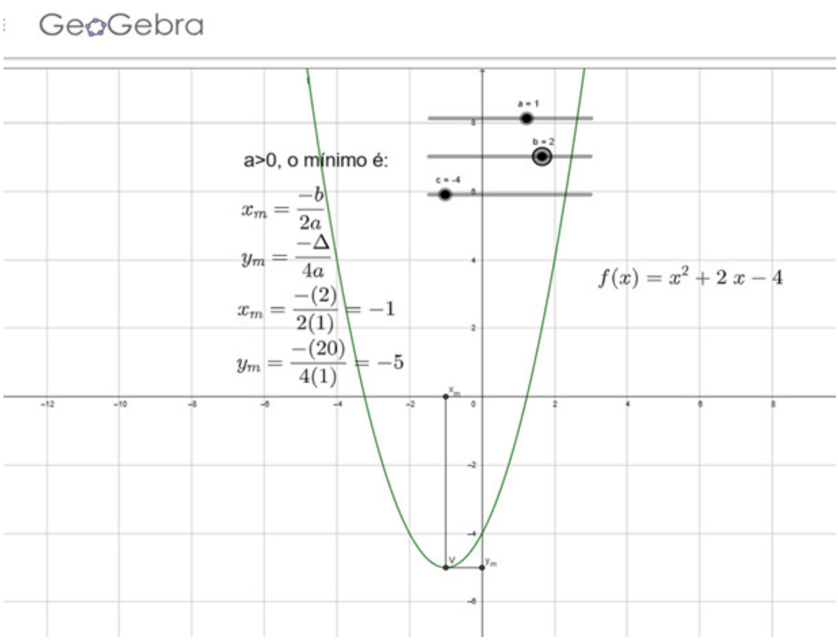


Figura 17 - valor mínimo. Fonte: Lopes (2023).

Exemplo 15: Na função real f (x) = x^2 +x +3/4, determine o valor mínimo da função. Assim temos: a = 1,b = 1 e c = 3/4, logo:

Como a = 1 > 0,a função admite um valor mínimo

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 1^2 - 4x1x\frac{3}{4} \Rightarrow \Delta = 1 - 3 \Rightarrow \Delta = -2$$

$$\Rightarrow y_v = -\frac{\Delta}{4a} \Rightarrow y_v = -(-2) \Rightarrow y_v = 2$$

$$\Rightarrow x_m = -\frac{b}{a} \Rightarrow x_m = -\left(\frac{1}{1}\right) \Rightarrow x_m = -1$$ portanto $v(x_v, y_v) = (-1{,}2)$

Exemplo 16: Na função real f (x) = x^2 -5x +5, determine o valor mínimo da função.

Assim temos: a = 1, b = -5 e c = 5, logo:

Como a = 1 > 0,a função admite um valor mínimo

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-5)^2 - 4x1x5 \Rightarrow \Delta = 25 - 20 \Rightarrow \Delta = 5$$

$$\Rightarrow y_v = -\frac{\Delta}{4a} \Rightarrow y_v = -\left(\frac{-5}{4x1}\right) \Rightarrow y_v = 5/4$$

$$\Rightarrow x_m = -\frac{b}{2a} \Rightarrow x_m = -\left(\frac{5}{2x1}\right) \Rightarrow x_m = -5/2$$

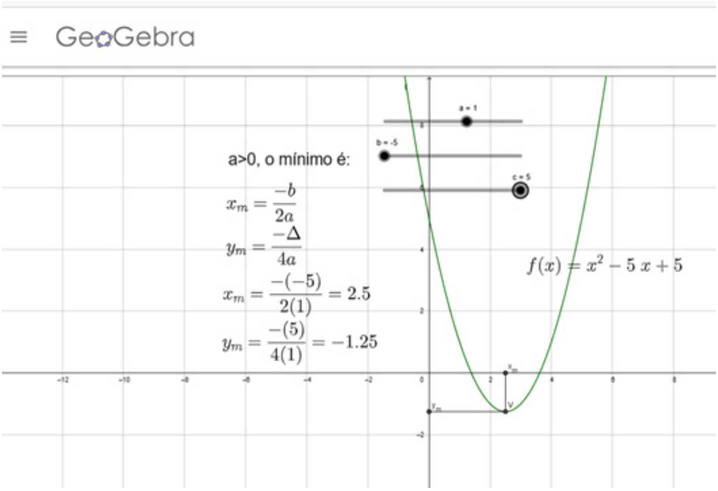


Gráfico 18 - valor mínimo. Fonte: Lopes (2023).

Imagem da função quadrática

Definição: A imagem de uma função quadrática definidas por f(x) = ax^2 +bx +c , com a ≠ 0, com a, b e $c \in \mathscr{R}$, assume valores definidos no eixo das ordenada, que se comportam de acordo com o sinal do coeficiente a, logo temos:

Primeiro caso: Quando a > 0 → Se a > 0, a imagem da função é $y_m \leq y$, dado a figura 15 - imagem da função quadrática

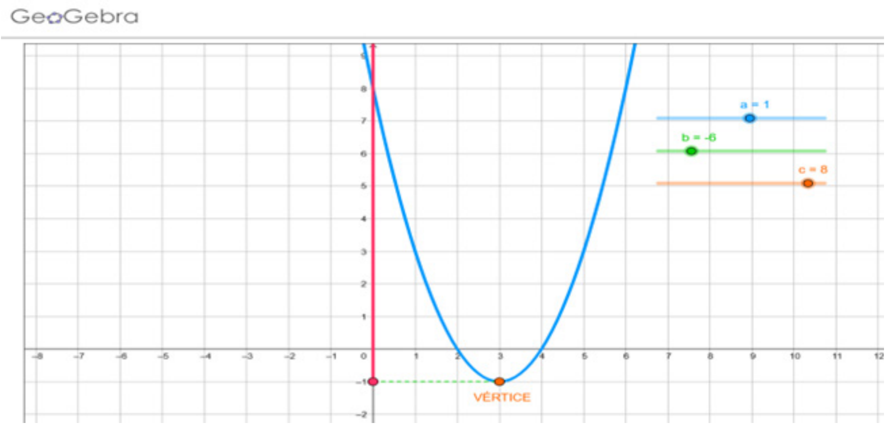


Figura 19 - imagem da função quadrática. Fonte: Lopes (2023).

Portanto, temos que $y_m \leq y$, onde $y_m = -\frac{\Delta}{4a}$, ordenada do vértice e y ordenadas localizadas no eixo das ordenadas.

Comentário 8: Vejam que a imagem de uma função quadrática é definida pelos valores encontrados no eixo da ordenadas, as quais, sendo menor ou igual de que qualquer y localizado no eixo acima do valor mínimo da função quadrática. que $y_m \leq y$.

Exemplo: Determine o conjunto imagem da função f(x) = x^2 -6x +8.

Solução: Como $\gg \begin{cases} a=1 \\ b=-6 \\ c=8 \end{cases}$ e $\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-6)^2 - 4x1x8$

$\Rightarrow \Delta = 36 - 32 \Rightarrow portanto, \ \Delta = 4$

Cálculo de $y_m = -\dfrac{\Delta}{4a} \Rightarrow y_m = -\dfrac{4}{4x1} \Rightarrow y_m = -1$

Logo, $y_m \leq y \Rightarrow -1 \leq y \ assim \ concluimos \ que \Rightarrow y \geq -1$

Segundo caso: Quando a < 0

Se a < 0, a imagem da função é $y_m \geq y$, dado a figura 16- $y \geq -1$, a imagem da função quadrática definida por f(x) = $x^2 - 6x + 8$

Imagem da função quadrática

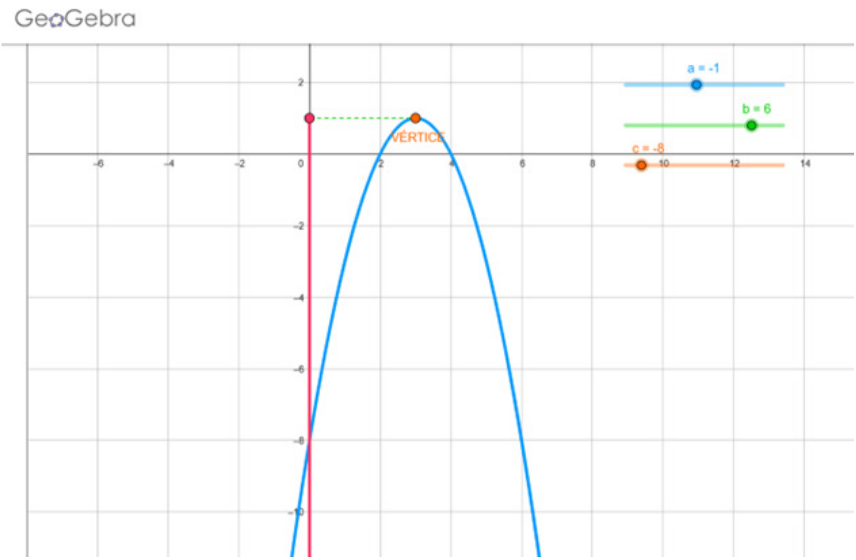


Figura 20 – Imagem da função quadrática para a < 0. Fonte: Lopes: (2023).

Exemplo 17: Determine o conjunto imagem da função quadrática definida por f(x) = $-x^2 + 6x - 8$.

Como a = -1 < 0, temos que: Solução: Como $\gg \begin{cases} a = -1 \\ b = +6 \\ c = -8 \end{cases}$

$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-6)^2 - 4x(-1)x(-8) \Rightarrow \Delta = 36 - 32 \Rightarrow portanto,$

$\Delta = 4 \rightarrow$ Assim, $y_m = -\frac{\Delta}{4a} \Rightarrow y_m = -\frac{4}{4x(-1)} \Rightarrow y_m = 1 \Rightarrow$ Logo, se

$a = -1 < 0 \longrightarrow$ a

Imagem da função é $\Rightarrow y_m \geq y \Rightarrow y \leq 1, \Rightarrow y \geq -1$

Comentário 9: No caso para a < 0, temos que o maior valor

que a imagem $y \leq 1$, da função quadrática definida por f(x)= .

$-x^2 + 6x - 8$

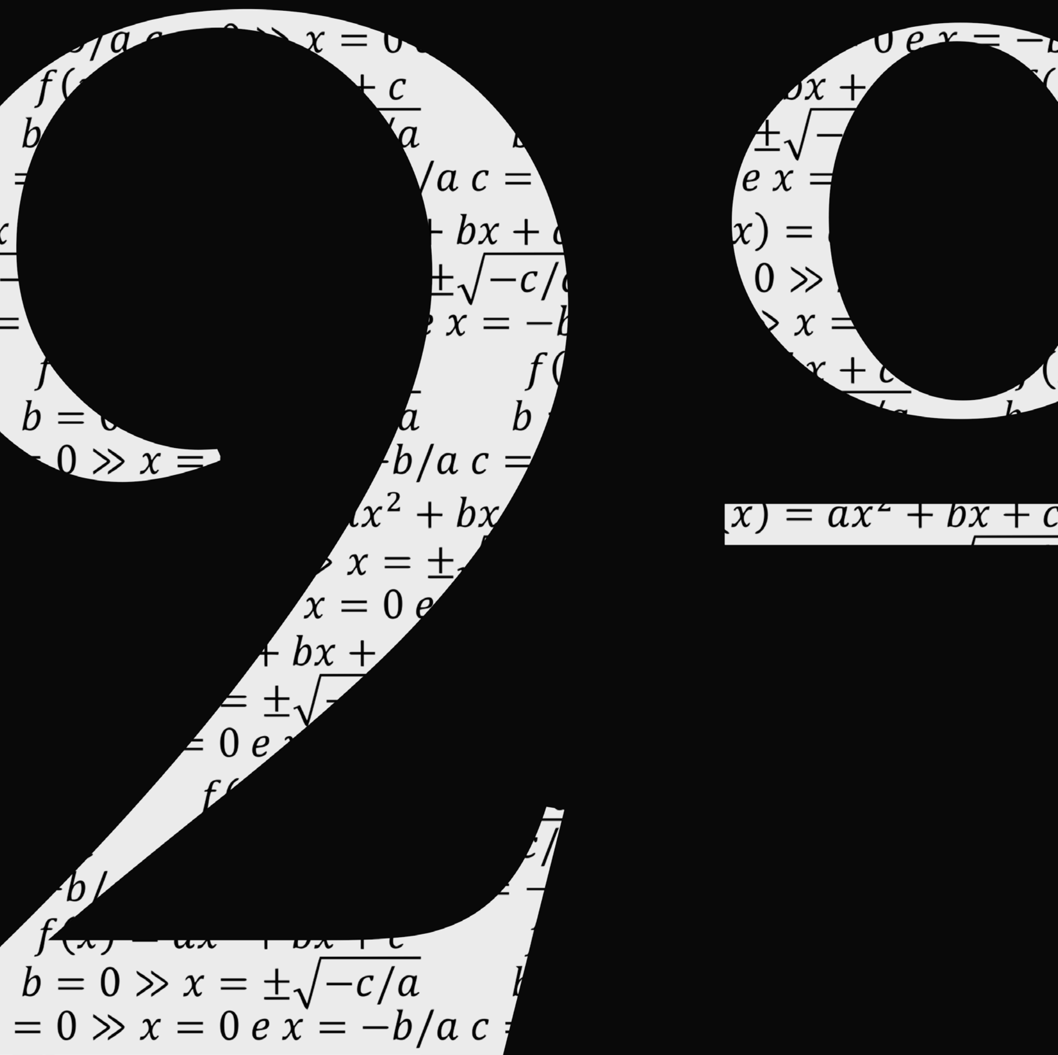
Assume é justamente o valor de y_m.

Concluímos que a imagem de uma função quadrática é definida da seguinte maneira:

Imagem da função $\begin{cases} Se\ a < 0,\ Imagem\ de\ f\ \acute{e}\ y \geq y_v \\ Se\ a > 0,\ imagem\ de\ f\ \acute{e}\ y \leq y_v \end{cases}$

CAPÍTULO 3

SINAL DA FUNÇÃO QUADRÁTICA



Inequação do 2 º grau é composta por dois membros e um dos sinais de desigualdade como: <, >, ≤ e ≥, onde um dos membros é o trinômio, $ax^2 + bx + c < 0$, $ax^2 + bx + c \leq 0$, $ax^2 + bx + c > 0$ e $ax^2 + bx + c \geq 0$ com $a \neq 0$, a, b e $c \in \mathcal{R}$

$$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \Rightarrow x = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ ou } x = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \\ \Delta = 0 \Rightarrow x = -\dfrac{b}{2a} \\ \Delta < 0 \Rightarrow \text{não existem raízes reais.} \end{cases}$$

Figura 21 - comportamento de delta. Fonte: Iezzi (1993)

Se $a > 0$ e $\Delta > 0$, função quadrática definidas por $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, com a, b e $c \in \mathcal{R}$, em dois casos:

Primeiro caso: quando $a > 0$ e $\Delta > 0$ $ax^2 + bx + c < 0$, sendo x_1 e x_2, raízes da equação, significa dizer determinar o conjunto solução de x, para os quais o trinômio assume valores negativos. Para resolver este caso precisamos observar a concavidade da parábola e o valor do discriminante verificar quais os valores negativos.

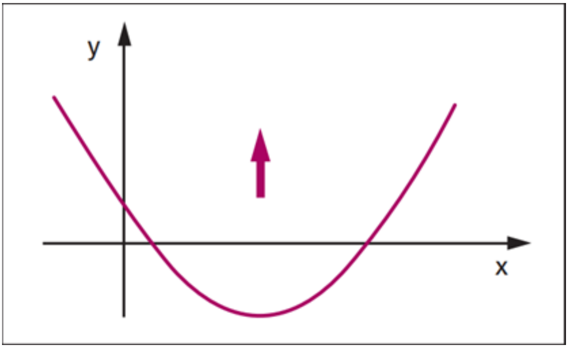


Figura 22 - sinal da função quadrática. Fonte: Lopes (2023).

Logo podemos afirmar que o sinal da função para $ax^2 + bx + c = 0$ é:

Tem o mesmo sinal de a quando x está fora do intervalo $[x_1, x_2]$ e sinal contrário ao sinal de a quando x está no interior desse intervalo.

Logo podemos concluir que:

$$f(x).a > 0 \text{ ou } x < x_1 \text{ e } x > x_2 \text{ e } f(x).\, a < 0 \text{ se } x_1 < x < x_2.$$

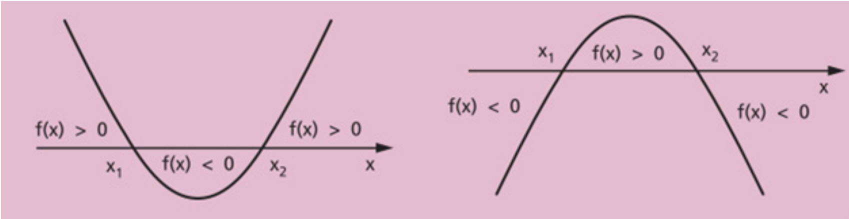


Figura 23 - comportamento de delta. Fonte: Iezzi (1993)

Comentário 10: Se a > 0 e Δ > 0, vejamos que o sinal da função é dado por:

f (x).a > 0 ou $x < x_1$ e $x > x_2$ e se a < 0 e Δ > 0, vejamos que o sinal da função f (x).a < 0 se $x_1 < x < x_2$. Mostrando que o sinal depende exclusivamente do termo a e o comportamento de Δ.

Exemplo: Mostre o sinal da função quadrática definida por

$f(x) = x^2 - 6x + 8$, para, f(x) > 0 e f(x) < 0

Como o valor de a = 1 > 0,temos: Cálculo das raízes:

Como $x^2 - sx + p = 0$, → logo $x_1 = 2$ e $x_2 = 4$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(x) > 0, \text{ então } x < 2 \text{ ou } x > 4 \\ f(x) = 0, \text{ então } x = 2 \text{ ou } x = 4 \\ f(x) < 0, \text{ então } 2 < x < 4 \end{cases}$$

Exemplo 18: Mostre o sinal da função quadrática definida por $f(x)= -x^2+6x$, para, $f(x) > 0$ e $f(x) < 0$

Como o valor de $a = -1 < 0$,temos: Cálculo das raízes: como $c=0$,

Como $ax^2+bx = 0$, → logo $x_1 = 0$ e $x_2 = -b/a \rightarrow x_2= -(6/(-1))$ → $x_2 = 6$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(x) > 0, \text{ então } 0 < x < 6 \\ f(x) = 0, \text{ então } x = 0 \text{ ou } x = 6 \\ f(x) < 0, \text{ então } 0 < x < 6 \end{cases}$$

Comentário 11: O sinal de uma função quadrática, depende exclusivamente do coeficiente a e Δ.

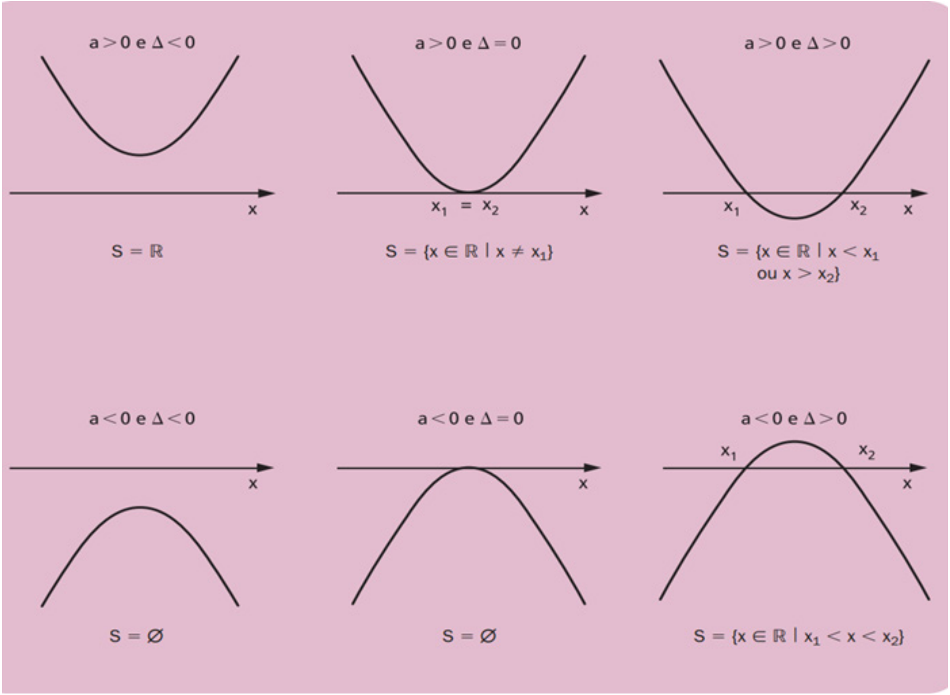


Figura 24 - sinal da função quadrática. Fonte: Iezzi (2023).

Exemplo 19: Quantos números inteiros positivos n satisfazem a inequação $\frac{n^2 + 206}{n} < 105$?

Solução: Sendo n > 0, tem-se que $\frac{n^2 + 206}{n} < 105 \rightarrow$ equivale a inequação $n^2 + 206 < 105n$.

Como $n^2 + 206 < 105n \rightarrow n^2 - 105n + 206 < 0 \rightarrow (n - 2)(n - 103) < 0$

concluímos que 2 < n < 103. Portanto, o conjunto solução e S = {3,4,...,102} que tem 100 elementos

Exemplo 20: Determine o conjunto solução, nos reais, da inequação $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-3} > 1$

Solução: $\Rightarrow \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-3} - 1 > 0 \Rightarrow \frac{x-3-(x-2)-(x-2)(x-3)}{(x-2).(x-3)} > 0$

$\Rightarrow$ *Portanto, temos a inequação para analisar:* $\frac{x^2-5x+7}{(x-2).(x-3)} < 0$

Como o numerador x^2 -5x +7 < 0 e positivo para todo x real, basta analisar quando (x - 2) (x - 3) < 0. Nesse caso temos duas situações:

1) x − 2 < 0 e x − 3 > 0. Mas isso implicaria x < 2 e x > 3, o que é impossível.

2) x − 2 > 0 e x − 3 < 0. Isso implica 2 < x < 3.

3) Portanto o conjunto solução o intervalo é (2, 3).

Exemplo 21: Quantos números inteiros satisfazem a inequação (2x - 1) (2x + 1) < 99?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

Solução: Como temos uma inequação, podemos encontrar o conjunto solução da seguinte maneira: Organizando a inequação dada por → $(2x - 1)(2x + 1) < 99$, reduzindo através da multiplicação, ficamos: → $x^2 - 25 < 0$, pelo sinal da inequação do 2 grau temos, para $a > 0$, tem valores negativo entre os extremos das raízes, ficando com: → $-5 < x < 5$.

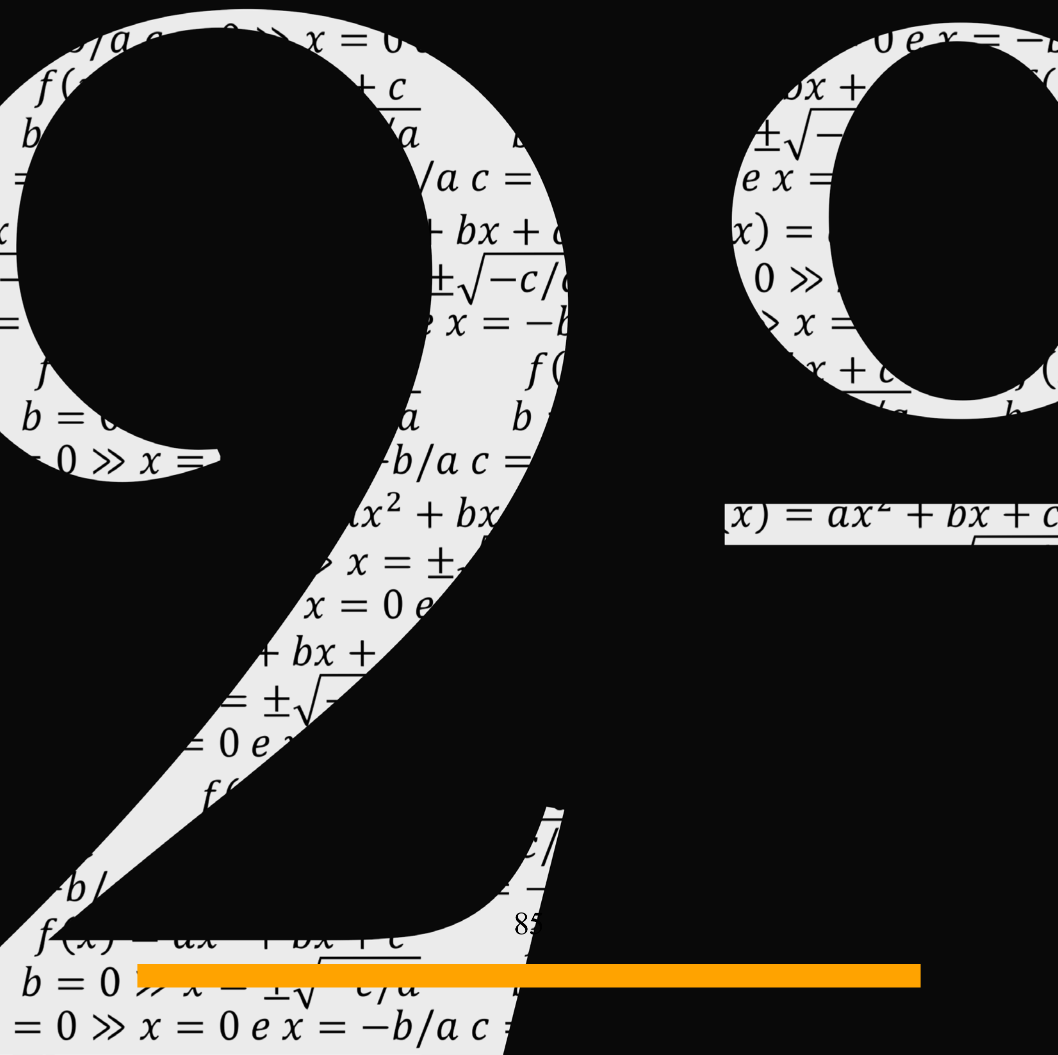
→ Como estamos analisamos a solução da inequação $(2x - 1)(2x + 1) < 99$ em Z, temos:

→ Z={-4,-3,-2,-1,0,+1,+ 2,+3,+ 4}

Portanto, temos 9 números inteiros satisfazendo a inequação

CAPÍTULO 4

APLICAÇÕES DA PARÁBOLA



Parábola é a representação gráfica de uma função do segundo grau definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, com $c \in \mathscr{R}$ (também chamada de função quadrática). Sua Trajetória tem o formato de uma parábola similar de uma bola de basquete. Seu gráfico é representado por uma função do segundo grau (também chamada de função quadrática).

Suas aplicações da parábola, em 3D em paraboloide são inúmeras, destacamos as seguintes: Ao ligar faróis de carro, os raios de luz, provenientes da lâmpada que se encontra no foco da parábola, incidem num espelho parabólico e são refletidos paralelamente ao eixo de simetria. Além das antenas temos os radares: as antenas, apesar de não refletiram luz, são espelhos. Elas são construídas para refletirem ondas de radiofrequências. Faróis de veículos: os refletores parabólicos de faróis e lanternas permite que a luz da lâmpada localizada no foco se propague em raios paralelos ao eixo da parábola formando o facho. Conforme apresentam as Figuras 25- aplicações das parábolas.

A propriedade da parábola

Outra aplicação relevante encontrada na função quadrática, ou melhor, da parábola que lhe serve de gráfico, diz respeito a propriedade refletora da parábola que localiza nesta curva.

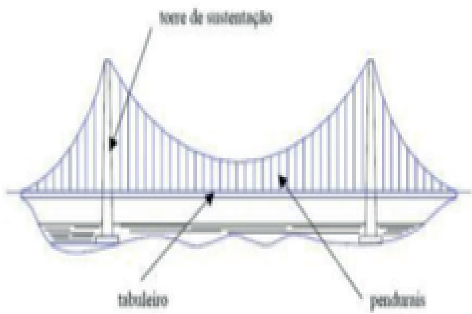
Quanto a rotação de uma parábola em torno do seu eixo, ela vai gerar uma superfície paraboloide de revolução, também conhecida como superfície parabólica. Essa propriedade tem diversas aplicações na realidade social do estudante na nova educação contemporânea inovadora.

A essa propriedade das superfícies parabólicas remota a antiguidade. Se diz que no passado o extraordinário matemático grego Arquimedes, que viveu em Siracusa no ano 250 A.C. distribuiu a frota que sitiava aquela cidade incendiando os navios com os raios de sol refletidos em espelhos parabólicas. Embora isto seja teoricamente possível, há sérias dúvidas histórica sobre a utilidade onde Arquimedes vivenciou a contribuição da parábola para aquela população.

Arquimedes conseguiu através dos conhecimentos da parábola o desenvolvimento de fogão solar naquela época, acendedor de cigarros e outros artefatos através dos raios solares receptado pela superfície parabólica polida.

Outros instrumentos são fabricados hoje, concentrados na direção paralela ao eixo os raios de luz que emanam do foco. Temos os faróis, os radares, as antenas parabólicas, lanternas, lâmpadas são instrumentos desenvolvidos através das propriedades das parábolas. Utilizando em aparelho de tv, refletindo os débeis sinais proveniente de um satélite, fazendo converter os raios para um único ponto. As antenas parabólicas devem está posicionada para uma posição estacionária com o satélite localizado no espaço e envia raios e receptado por antenas parabólicas transformando a vida das pessoas com a comunicação.

Aplicações na engenharia

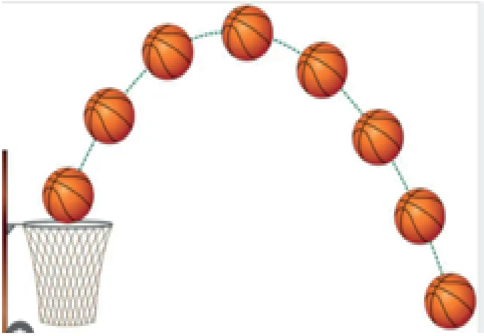


Esquema de pontes pênseis

Aplicações na realidade social do estudantes – antenas parabólicas

Física

Lançamento de objetos

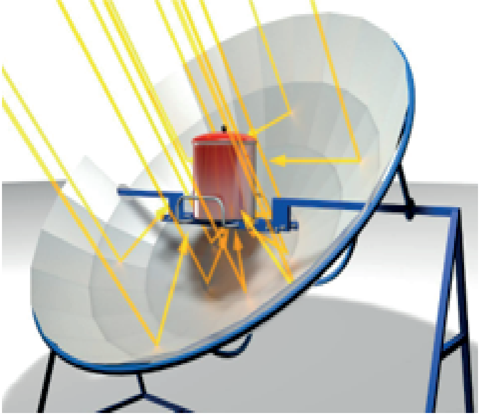


Engenharia civil

Ponte

Sociedade –

Fogão solar



Aplicações na indústria – Faróis

Comunicações – Radar

Física – Lâmpada

Figura 25 – aplicações da parábola. Fonte: Lopes (2023).

Nosso conhecimento da função quadrática definida por $f(t) = \frac{1}{2}at^2 + bt + c$ e v (t) = at + b, com onde a é aceleração,t é o tempo e v a velocidade,com a ≠ 0 permite responder aos questionamentos a respeito do movimento variado aplicados no lançamento de objetos e utilizando como técnicas na resolução de problemas de matemática a função quadrática. Conforme podemos apresentar no exemplo sobre MUV.

Um dos exemplos mais comum na aplicação das funções quadráticas é o movimento uniformemente variado. Tendo um ponto móvel, que se desloca ao longo de um eixo. Sua posição no instante é determinada por Δs. O que caracteriza esse movimento é o fato de f ser uma função quadrática, que se conhecemos sob a forma:

$$f(t)=\frac{1}{2}at^2+bt+c \Rightarrow onde \begin{cases} a \Rightarrow \text{é aceleração} \\ v_0=b \Rightarrow \text{velocidade inicial, para } t=0 \\ s_0=c \Rightarrow \text{posição inocial do ponto} \end{cases}$$

Em qualquer movimento retilíneo, dado por uma função arbitrária f(t), sempre é uma proporção do espaço percorrido dividido tempo de percurso, como:

$$\frac{f(t+h)}{h}=\frac{\text{espaço percorrido}}{\text{tempo gasto para se deslocar}}$$

Essa taxa de variação nos permite determinar as variáveis como velocidade, tempo e aceleração. Chama-se de velocidade média do ponto no intervalo cujos extremos são t e t+h. No caso em que f (t) $=\frac{1}{2}at^2+bt+c$ a velocidade média nesse intervalo é igual a $at+b+\frac{ah}{2}$. Para valores cada vez menores de h, este número vale aproximadamente at+b.

Por isso dizemos que:

$$\Rightarrow v(t) = at + b \Rightarrow \begin{cases} v(t) \text{ é a velocidade MUV} \\ v_0 \text{ é a velocidade inicial} \\ a \text{ é a aceleração} \end{cases}$$

Portanto $\Rightarrow \begin{cases} \Delta s = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + c \\ v(t) = at + b \\ \Delta s = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \end{cases}$ → são as equações de aplicações das equações quadráticas e interdisciplinar com a física na realidade social do estudante.

Exemplo 22: Uma partícula é posta em movimento sobre um eixo a partir de um ponto da abcissa -6 com velocidade inicial de 5 m/s, com aceleração constante de -2 m/s^2.Quanto tempo se passa até sua trajetória mude de sentido e ela comece voltar ao a ponto de partida?

Solução:

$\Delta s = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + c \Rightarrow f(t) = \frac{1}{2}(-2)t^2 + 5t - 6$ e $v(t) = at + b \Rightarrow v(t) = -2t + 5$

equação da velocidade. Resolvendo para velocidade final igual a zero temos:

se v(t)=0, temos que $\Rightarrow -2t+5=0 \Rightarrow -2t=-5 \Rightarrow t=\frac{-5}{-2} \Rightarrow t=2{,}5\ s$

Logo, o tempo é de 2,5s.

O movimento uniformemente variado pode ocorrer também no plano. Um exemplo disso é o lançamento de projétil, com uma força instantânea obedecendo as leis da física. Isso ocorre neste estudo, no plano cartesiano e a partir daí, relacionamos os eixos para construir equações do segundo grau para calcular altura máxima, alcance ou distância e tempo. Conforme apresenta a Figura 27 - MUV

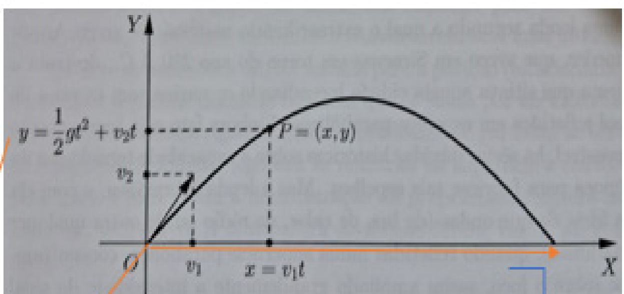


Figura 26 – MUV. Fonte: Lopes (2023).

tempo v_0 deslocamento

Questão 17: Um móvel parte do repouso e desenvolve uma aceleração constante de 3 m/s² durante 4 segundos.O deslocamento desse móvel foi de:

a) 12,0 m b) 24,0 m c) 22,0 m d) 18,0 m e) 30,0 m

Solução: Substituindo na função $f(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$, temos:

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 3\ m/s^2\ \ (aceleração), \\ t = 4s,\ tempo, \\ v_0 = 0\ (repouso). \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta s = \frac{1}{2}at^2 + bt \Rightarrow \Delta s = \frac{1}{2}.3.\ 4^2 + 0x\ 3 \Rightarrow \Delta s = 24 + 0 \Rightarrow \Delta s = 24\ m$$

Portanto, t = 24 m

Questão 18: Um motorista dirige seu carro a uma velocidade de 108 km/h quando avista a placa de pare. Ao acionar os freios, ocorre uma desaceleração constante, e o carro leva um tempo de 3,0 s até parar completamente. A distância percorrida pelo automóvel até a frenagem total é de:

a) 45 m b) 15 m c) 300 m d) 324 m

e) 36 m

Solução: Letra A

Se 108 km/h → 108/3,6 → 30 m/s

$$\Rightarrow a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0} \Rightarrow a = \frac{0 - 30}{3} \Rightarrow a = \frac{-30}{3} \Rightarrow a = -10 \text{ m/s}^2$$

$$\Rightarrow \Delta s = \frac{1}{2}(-10)\,.3^2 + 30\,.\,3 \Rightarrow \Delta s = -5\,x\,9 + 90$$

$$\Rightarrow \Delta s = -45 + 90 \Rightarrow \Delta s = 45\,m$$

Logo, o carro sofrerá um deslocamento de 45 m antes de parar por completo.

Questão 19: Certo móvel, inicialmente na velocidade de 3 m/s, acelera constantemente a 2 m/s^2 até se distanciar 4 m de sua posição inicial. O intervalo de tempo decorrido até o término desse deslocamento foi de:

a) 4,0 s b) 1,0 s c) 3,0 s d) 5,0 s e) 2,5 s

Solução: Resposta B

$$\begin{cases} v_0 = 3m/s \\ a = 2\ m/s^2 \end{cases} e\ d = 4m \Rightarrow Assim\ temos:\ \Delta s = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$$

$$\Rightarrow 4 = \frac{1}{2}.2.t^2 + 3t \Rightarrow t^2 + 3t - 4 = 0 \Rightarrow t^2 + 3t - 4 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - sx + p = 0 \Rightarrow x_1 = 1\ e\ x_2 = -4$$

→ Portanto, s = {1}

Problemas de aplicações da função quadrática

20. (FUVEST) Um veículo parte do repouso em movimento retilíneo e acelera com aceleração escalar constante e igual a 2,0 m/s². Pode-se dizer que sua velocidade escalar e a distância percorrida após 3,0 segundos, valem, respec-

tivamente:

a)6,0 m/s, 9,0m;   b) 6,0m/s, 18m;   c)3,0 m/s,12m;   d)12 m/s, 35m;   e)2,0 m/s,12 m.

21- (UFG) O gráfico a seguir representa o movimento retilíneo de um automóvel que se move com aceleração constante durante todo o intervalo de tempo. A distância de maior aproximação do automóvel com a origem do sistema de coordenadas, sua velocidade inicial e sua aceleração são, respectivamente,

a)3,75 m, -2,5 m/s e 1,25 m/s².

b)3,75 m, -2,5 m/s e 2,50 m/s².

c)3,75 m, -10 m/s e -1,25 m/s².

d)5,00 m, 10 m/s e 1,25 m/s².

e)5,00 m, 2,5 m/s e 2,50 m/s².

22. (UNEMAT-MT) Num acidente, o velocímetro de uma

motocicleta registrava a velocidade de 72 km/h no instante anterior à colisão. Supondo que o piloto estava à mesma velocidade que a moto no instante do acidente, isso seria equivalente à queda livre em um prédio. Se a distância entre um piso e outro é 2,5m, de qual andar o piloto teria de cair para alcançar tal velocidade? (Adote a aceleração da gravidade como $10 m/s^2$)

a)20º andar b)18º andar c)16º andar d)10º andar e)08º andar

23. (UFPA) Um ponto material parte do repouso em movimento uniformemente variado e, após percorrer 12 m, está animado de uma velocidade escalar de 6,0 m/s. A aceleração escalar do ponto material, em m/s, vale:

a)1,5 b)1,0 c) 2,5 d)2,0 e) N.d.a.

24. (UEL-PR) Um trem de 200 m de comprimento, com

velocidade escalar constante de 60 km/h, gasta 36 s para atravessar completamente uma ponte.

A extensão da ponte, em metros, é de:

a) 200 b) 400 c) 500 d) 600 e) 800

25. (FAMP) Janaína foi da cidade A para a cidade B em 4 h. Sabendo que em metade desse tempo ela estava a uma velocidade de 80 km/h e, a outra metade ela estava a 100 km/h, qual é a distância entre as cidades A e B?

a) 400 km b)180 km c)200 km d)360 km e)NDA

26. (FEI-SP) No movimento retilíneo uniformemente variado, com velocidade inicial nula, a distância percorrida é:

a) Diretamente proporcional ao tempo de percurso

b) Inversamente proporcional ao tempo de percurso

c) Diretamente proporcional ao quadrado do tempo de percurso

d) Inversamente proporcional ao quadrado do tempo de percurso

e) Diretamente proporcional à velocidade

27. (UECE) Analisando o movimento de subida e descida de um corpo que é lançado verticalmente no espaço próximo à superfície da terra, sem considerar qualquer tipo de atrito, sobre a aceleração do corpo é correto afirmar que

a)cMuda de sinal quando sua velocidade muda de sentido.

b) É a mesma ao longo de todo o movimento.

c) No ponto mais alto da trajetória é nula.

d)É máxima quando o corpo está na iminência de tocar o solo.

e) NDA

28. (FAMEMA) Uma formiga cortadeira, movendo-se a 8

cm/s, deixa a entrada do formigueiro em direção a uma folha que está 8 m distante do ponto em que se encontrava. Para cortar essa folha, a formiga necessita de 40 s. Ao retornar à entrada do formigueiro pelo mesmo caminho, a formiga desenvolve uma velocidade de 4 cm/s, por causa do peso da folha e de uma brisa constante contra o seu movimento. O tempo total gasto pela formiga ao realizar a sequência de ações descritas foi

a)340 s. b)420 s. c)260 s. d)240 s. e)200 s.

29. (Unit-SE) Os estados de movimento e repouso são conceitos relativos, pois o que está em movimento para um observador em determinado referencial pode estar em repouso para outro observador e vice-versa. Considerando-se um carro que se desloca em uma trajetória retilínea descrita pela função $x(t) = 40 - 20t + 5t^2$, em que as unidades das grandezas estão expressas no SI, então a velocidade do car-

ro no instante t = 4,2s, em m/s, é igual a

a)1,0 b)6,0 c)11,0 d)16,0 e)22,0

30. (UEPB) Um marceneiro está trabalhando na cobertura de um edifício. Por descuido, o martelo de massa 300 g escapa de sua mão e cai verticalmente. Sabendo-se que a velocidade do martelo imediatamente antes de tocar o solo é de 25 m/s num tempo de queda igual a 2s e considerando a aceleração da gravidade $10 m/s^2$, a altura do edifício, em metros, é:

a)15 b)25 c)20 d)30 e)10

31. (FCM-PB) Um móvel se desloca de um ponto A para um ponto B com velocidade escalar média de 200km/h, chegando ao ponto B, 100km distante do ponto A, às 15 horas. Qual o horário de partida do móvel?

a) 14 horas e 45 minutos

b) 14 horas

c) 14 horas e 30 minutos

d) 14 horas e 10 minutos

e) 14 horas e 50 minutos

32. (UFTM) Um motorista trafega por uma avenida reta e plana a 54 km/h, quando percebe que a luz amarela de um semáforo, 108 m à sua frente, acaba de acender. Sabendo que ela ficará acesa por 6 segundos, e como não há ninguém à sua frente, ele decide acelerar o veículo para passar pelo cruzamento antes de o semáforo ficar vermelho. Considerando constante a aceleração do veículo e que o motorista consiga passar pelo semáforo no exato instante em que a luz vermelha se acende, sua velocidade, em km/h, no instante em que passa pelo semáforo é igual a

a) 64,8. b)75,6. c)90,0. d)97,2. e)108,0

33. (UFRGS) Um atleta, partindo do repouso, percorre 100 m em uma pista horizontal retilínea, em 10 s, e mantém a aceleração constante durante todo o percurso. Desprezando a resistência do ar, considere as afirmações abaixo, sobre esse movimento.

I - O módulo de sua velocidade média é 36 km/h.

II - O módulo de sua aceleração é 10 m/s².

III- O módulo de sua maior velocidade instantânea é 10 m/s.

Quais estão corretas?

a)Apenas I. b)Apenas II. c)Apenas III. d)Apenas I e II. e)I,II e III.

34. (ACAFE-SC) Caracterizar o movimento de um móvel implica em compreender os conceitos de velocidade e aceleração, esses determinados a partir da variação de posição em função do tempo. Assim, para um carro que se desloca de Joinville a Florianópolis pela BR-101, sem parar, é cor-

reto afirmar que para esse trajeto o movimento do carro é:

a) Uniformemente variado,pois a aceleração do carro é constante.

b) Variado, pois ocorre variação da posição do carro.

c) Uniforme, pois a aceleração do carro é constante.

d) Variado, pois ocorre variação da velocidade do carro.

e) NDA

35. (MACKENZIE) Um móvel parte do repouso com aceleração constante de intensidade igual a 2,0 m/s^2 em uma trajetória retilínea. Após 20s, começa a frear uniformemente até parar a 500m do ponto de partida. Em valor absoluto, a aceleração de freada foi:

a)8,0 m/s^2 b)6,0 m/s^2 c)4,0 m/s^2 d)2,0 m/s^2 e)1,6 m/s^2

36. (PUC-RJ) Um corredor olímpico de 100 metros rasos acelera desde a largada, com aceleração constante, até atin-

gir a linha de chegada, por onde ele passará com velocidade instantânea de 12 m/s no instante final. Qual a sua aceleração constante?

a)10,0 m/s² b)1,0 m/s² c)1,66 m/s² d)0,72 m/s² e)2,0 m/s²

37. (UFMA) Uma motocicleta pode manter uma aceleração constante de intensidade 10 m/s². A velocidade inicial de um motociclista, com esta motocicleta, que deseja percorrer uma distância de 500m, em linha reta, chegando ao final desta com uma velocidade de intensidade 100 m/s é:

a) Zero b)5,0 m/s c)10 m/s d)15 m/s e)20 m/s

38- Resolva as equações biquadradas transformando-as em equações do 2º grau

a) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$

b) $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$

c) $x^4 - 7x^2 + 12 = 0$

d) $x^4 + 5x^2 + 6 = 0$

e) $x^4 - 18x^2 + 32 = 0$

39-A raiz quadrada do quádruplo de um número adicionada ao quádruplo da raiz quadrada desse mesmo número é igual a 18. Que número é esse? 21-Subtraindo-se 3 de um certo número, obtém-se o dobro da sua raiz quadrada. Qual é esse número?

40 – Resolva as equações utilizando a soma e o produto das raízes:

a) $2x^2 - 4x - 8 = 0$

b) $x^2 - 6x = 0$

c) $x^2 - 10x + 25 = 0$

d) $x^2 - x - 20 = 0$

e) $x^2 - 3x - 4 = 0$

f) $x^2 - 8x + 7 = 0$

41- O número de gols sofridos por um time durante o campeonato intermunicipal de Futsal pode ser expresso pela equação abaixo. Sabendo que esse time marcou 18 gols, qual foi o seu saldo de gols? $\sqrt{5x+1} + 1 = x$

a) 18 b) 7 c) -7

d) 11 e) -11

42- Resolva a equação abaixo e determine quantas raízes reais ela possui: $x^4 - 20x^2 + 36 = 0$

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

43- Resolva as equações biquadradas em R:

a) $x^4 + 10x^2 + 9 = 0$ b) $x^4 - 4 = 3x^2$

c) $x^4 - x^2 - 12 = 0$

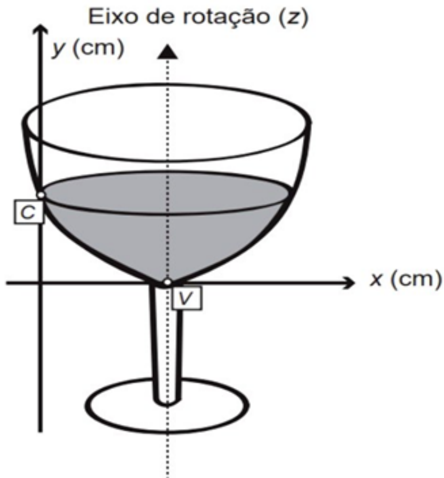
44- Resolva as equações irracionais em R:

a) $\sqrt{x+1} = 7$ b) $\sqrt[3]{x^2 - 7x} = 2$

45-Enem - 2016 (2ª aplicação) para evitar uma epidemia, a Secretaria de Saúde de uma cidade dedetizou todos os bairros, de modo a evitar a proliferação do mosquito da dengue. Sabe-se que o número f de infectados é dado pela função $f(t) = -2t^2 + 120t$ (em que t é expresso em dia e t = 0 é o dia anterior à primeira infecção) e que tal expressão é válida para os 60 primeiros dias da epidemia. A Secretaria de Saúde decidiu que uma segunda dedetização deveria ser feita no dia em que o número de infectados chegasse à marca de 1 600 pessoas, e uma segunda dedetização precisou acontecer. A segunda dedetização começou no

a) 19º dia. b) 20º dia. c) 29º dia. d) 30º dia. e) 60º dia.

46- Enem – 2013-A parte interior de uma taça foi gerada pela rotação de uma parábola em torno de um eixo z, conforme mostra a figura.



A função real que expressa a parábola, no plano cartesiano da figura, é dada pela lei $f(x) = 3/2x^2 - 6x + C$, onde C é a medida da altura do líquido contido na taça, em centímetros. Sabe-se que o ponto V, na figura, representa o vértice da parábola, localizado sobre o eixo x. Nessas condições, a altura do líquido contido na taça, em centímetros, é

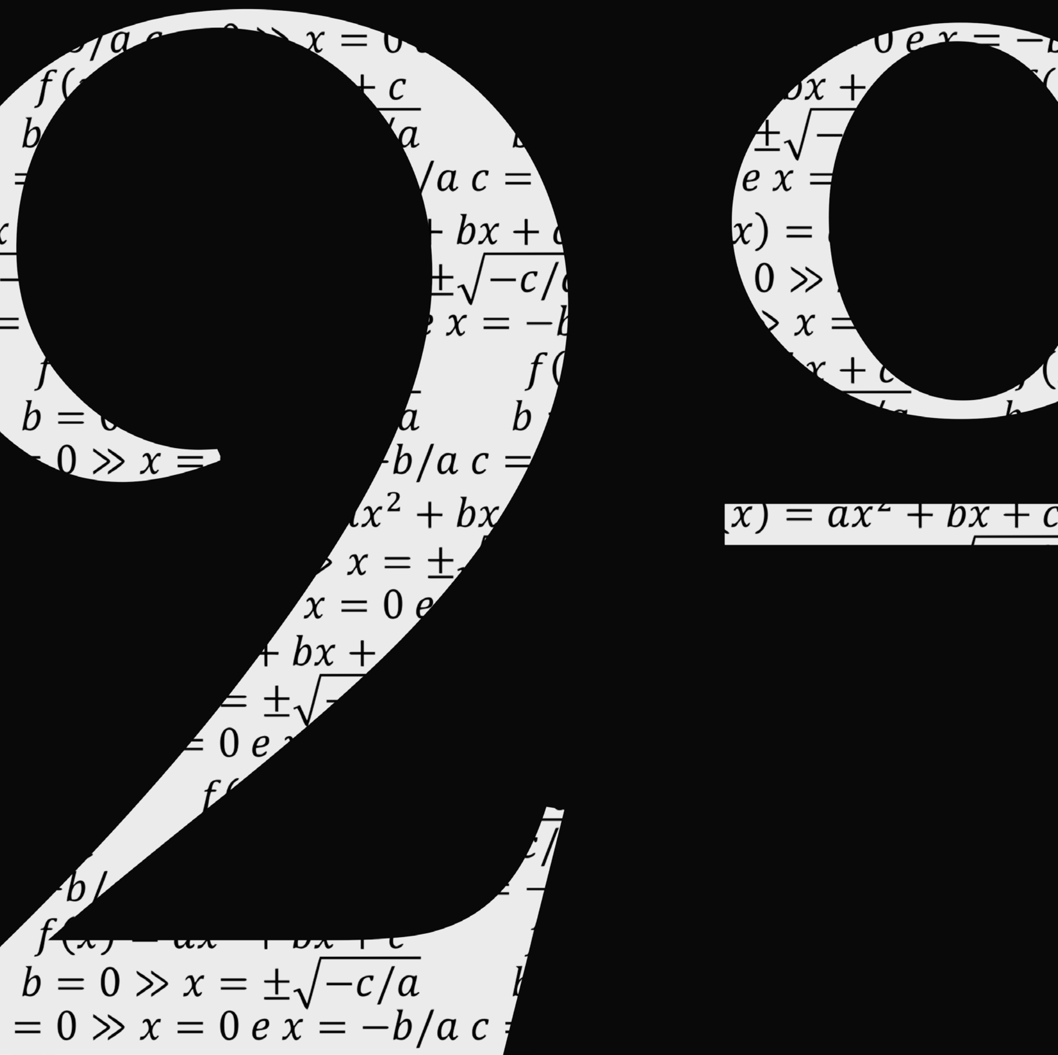
a) 1. b) 2. c) 4. d) 5. e) 6.

47- O conjunto solução que torna a equação $x^2 + 5x - 14 = 0$ verdadeira é

a) S= {1,7} b) S={3,4} c) S={2,-7}. d) S={4,5} e) S={8,3}

CAPÍTULO 5

EQUAÇÃO BIQUADRADA



Definição: Uma equação definida por $f(x)= a(m)^2 +bm +c$ é chamada equação biquadrada, quando $a \neq 0$, b e $c \in \mathscr{R}$, quando $m = x^2$, assume raízes reais. Para encontrar o conjunto solução, mediante a substituição de m na equação de f(x).

Propriedades da equação biquadradas:

$p_1 \rightarrow$ quando $ac < 0$, a equação biquadrada definida por $ax^4 +bx +c = 0$, possui exatamente duas raízes reais, $s=\{x_1,\ x_2\}$

$p_2 \rightarrow$ realizar as verificações das raízes reais,

$p_3 \rightarrow$ quando $ac > 0$,a equação biquadrada, $ax^4+bx+c=0$ possui exatamente duas raízes reais absolutas ou modular, sendo $s=\{-x_1,- x_2, x_1, x_2\}$

Exemplo 23: Encontre o conjunto solução da equação biquadrada definida por $x^4 -10x^2 +9 = 0$

Solução: Fazendo $m = x^2$, temos: Substituindo m na equação biquadrada, assim temos:

$\Rightarrow (x^2)^2 - 10(x^2 + 9 = 0 \Rightarrow m^2 - 10m + 9 = 0 \rightarrow$ quais os dois números cujo produto é nove e soma igual a 10, logo temos s={1,9}

$\Rightarrow logo, \Rightarrow \begin{cases} m_1 = 1 \\ m_2 = 9 \end{cases}$ Substituindo m = x^2, temos:

$\Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \sqrt{1} \Rightarrow s = \{-1, 1\}$ duas soluções distintas;

$\Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \sqrt{9} \Rightarrow s = \{-3, 3\}$ duas soluções distintas;

Como ac < 0, temos duas soluções absolutas ou modular.

→ Portanto, s={-3,-1,1,3}

Exemplo 24: Seja $x^4 + x^2 - 6 = 0$, encontre o conjunto solução nos IR.

Solução: Fazendo m = x^2, temos:

$\Rightarrow (x^2)^2 + x^2 - 6 = 0 \Rightarrow m^2 + m - 6 = 0 \Rightarrow logo, \Rightarrow \begin{cases} m_1 = 1 \\ m_2 = 9 \end{cases}$,

Substituindo m = x^2, temos:

$\Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \sqrt{1} \Rightarrow s = \{-1,1\} \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \sqrt{9} \Rightarrow s = \{-3,3\}$

Portanto, s={-3,-1,1,3}

Exemplo 25: Encontre o conjunto solução da equação bi-quadrada definida por $x^4 - 6x^2 + 8 = 0$

Solução: Fazendo y = x^2, temos: $\rightarrow (x^2)^2 - 6x^2 + 8 = 0$

$\Rightarrow m^2 - 6m + 8 = 0 \Rightarrow logo, \Rightarrow \begin{cases} m_1 = 2 \\ m_2 = 4 \end{cases} \Rightarrow$ Substituindo m = x^2, temos:

$\Rightarrow para\ x^2 = 2 \Rightarrow x = \sqrt{2} \Rightarrow s = \{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$

$\Rightarrow para\ x^2 = 4 \Rightarrow x = \sqrt{4} \Rightarrow s = \{-2,2\}$

$\Rightarrow$Portanto, $s = \{-2, -\sqrt{2}, \ \sqrt{2}, \ 2\}$

Exemplo 26: Seja $x^4 + x^2 - 6 = 0$, encontre o conjunto solução nos IR.

Solução: Fazendo m = x^2, temos:

$\Rightarrow (x^2)^2 + x^2 - 6 = 0 \Rightarrow m^2 + m - 6 = 0 \ \Rightarrow logo, \Rightarrow \begin{cases} m_1 = 1 \\ m_2 = 9 \end{cases}$

Substituindo m = x^2, temos:

$\Rightarrow x^2=1 \Rightarrow x=\sqrt{1} \Rightarrow s=\{-1,1\}$ e $\quad \Rightarrow x^2=9 \Rightarrow x=\sqrt{9} \Rightarrow s=\{-3,3\}$

→ Portanto, s={-3,-1,1,3}

Exemplo 27- (ENA-2021): Dada a equação biquadrada definida por: $x^{2n}-x^n-2=0$, encontre o conjunto solução em IR.

Solução: Dada a equação biquadrada $x^{2n}-x^n-2=0$,

$(x^n)^2-x^n-2=0 \Rightarrow$

→ Fazendo $x^n = y$ obtemos a equação do segundo grau y^n - y - 2 = 0 que tem raízes −1 e 2.

→ Analisaremos as equações $x^n = -1$ e $x^n = 2$ em dois casos: n ímpar: x^n = -1 tem uma solução x = -1 e x^n = 2 também tem solução única x = . • n par: x^n= -1 não tem solução x = -1 e x^n = 2 tem duas soluções x = $-\sqrt[n]{2}$ e x = $\sqrt[n]{2}$.

→ Portanto, independente da paridade de na equação,

$x^{2n} - x^{n} - 2 = 0$, tem duas soluções reais

$S = \{-\sqrt[n]{2}, \sqrt[n]{2}\}$

Exemplo 28: A soma dos quadrados das raízes da equação $x^4 - 5x^2 + 6 = 0$ e igual a:

A) 0 B) 5 C) 10 D) 20 E) 26

Solução: Resposta letra c

Tomando $y = x^2$, a equação $y^2 - 5y + 6 = 0$, possui raízes iguais a 2 e 3. As raízes da equação original serão $\pm\sqrt{2}$ e $\pm\sqrt{3}$. Assim temos: $S_2 = (\pm x_1)^2 + (\pm x_2)^2$

$$\Rightarrow S_2 = (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2 + (-\sqrt{2})^2 + (-\sqrt{3})^2 \Rightarrow S_2 = 2 + 3 + 2 + 3 \Rightarrow S_2 = 10$$

Logo,a soma dos quadrados das raízes da equação $x^4 - 5x^2 + 6 = 0$ é igual a 10.

Exemplo 29: A equação $x + 2 = \sqrt{3x + 10}$

(A) tem apenas uma raiz real.

(B) tem um número inteiro positivo e um número inteiro negativo como raízes.

(C) possui duas raízes inteiras positivas.

(D) possui dois números irracionais distintos como raízes.

(E) não tem solução real.

Solução:

Resposta: **A** → A equação definida por $x + 2 = \sqrt{3x + 10}$ é uma equação quadrática disfarçadas chamada de equação irracional.

$\Rightarrow (x + 2)^2 = \left(\sqrt{3x + 10}\right)^2 \Rightarrow$ *elevando ambos os menmbros ao quadrados*

$\Rightarrow x^2 + 4x + 4 = 3x + 10 \Rightarrow x^2 + 4x - 3x + 4 - 10 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0$

→ A equação $x^2 + x - 6 = 0$ tem duas soluções $x = 2$ e $x = -3$.

Testando na equação original temos que:

→ x = 2 satisfaz a equacão, pois $\Rightarrow 2 + 2 = \sqrt{3 \cdot 2 + 10}. \Rightarrow$

$4 = \sqrt{16} \Rightarrow 4 = 4 \Rightarrow verdadeiro$

→ x = -3 nao satisfaz a equação, pois

$\Rightarrow -3 + 2 = \sqrt{3 \cdot (-3) + 10}. \Rightarrow -1 \neq \sqrt{1} \Rightarrow -1 \neq 1 \Rightarrow falso$

→ Portanto a equação possui uma raiz real x = 2.

Comentário 13: As equações irracionais, na verdade podem se transformar em equações do segundo grau disfarçadas.

Gráfico da equação biquadrada- O gráfico da função biquadrada se comporta como uma função quadrada

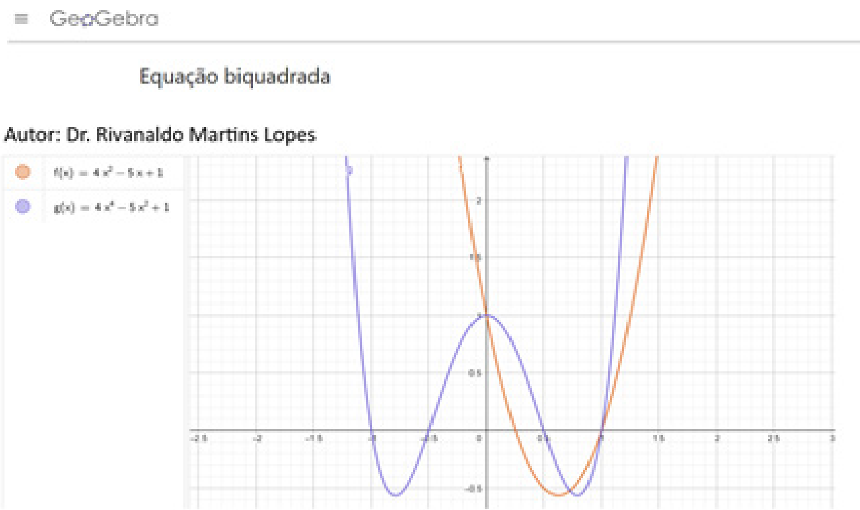


Figura 27 - gráfico da equação biquadrada. Fonte: Lopes(2023).

Exercício de equação quadrada disfarçadas-irracionais

48 - Encontre o conjunto solução em IR, das seguintes equações disfarçadas do segundo grau, definidas abaixo:

$a)\sqrt{x+6} = x-2$

$b)\sqrt{-x+6} = x$

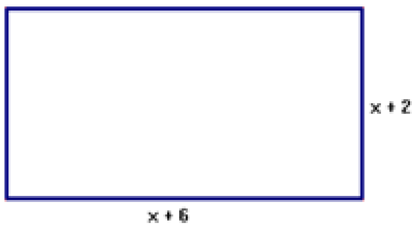
$c)x + \sqrt{x-1} = 1$

$c)\sqrt{x} = x+3$

$d)\sqrt{3x} = x+3$

$e)\sqrt{2x+1} = x-1$

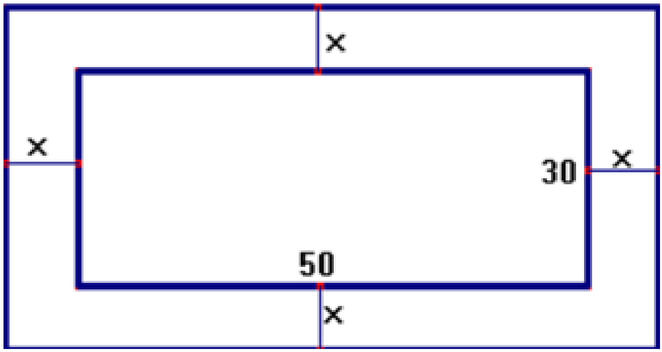
49-O retângulo da figura abaixo tem 140 cm^2 de área.Nessas condições:



a) Qual é o perímetro desse retângulo?

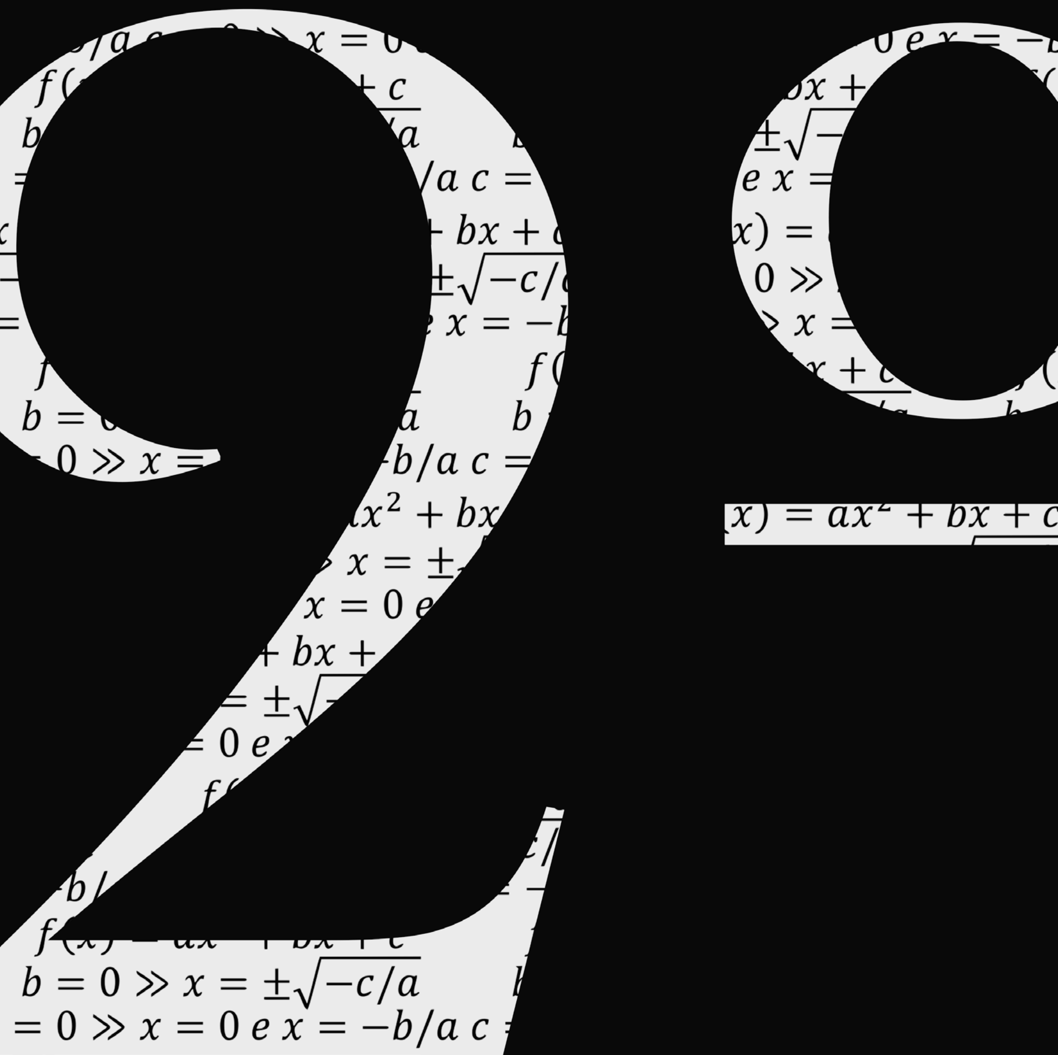
b) Qual a área de um quadrado cujo lado tem a mesma medida da largura desse retângulo?

50- A tela de um quadro tem a forma retangular e mede 50 cm por 30 cm. Nessa tela foi colocada uma moldura, também retangular, de largura x uniforme. Calcule essa largura sabendo que o quadro todo passou a ocupar uma área de $2400\ cm^2$.



CAPÍTULO 6

EQUAÇÃO DO 2º GRAU DISFAÇADAS



As equações do 2º grau disfarçadas, podem se apresentar de três maneiras diferentes, de acordo com os casos a seguir:

Primeiro caso:

$\textit{Equação fracionária}\ \frac{c}{ax+b}+\frac{d}{ax-b}=e,\ \textit{para}\ 1\leq n\leq 2,\ \textit{onde}\ n\in\mathbb{N},\ b\ e\ c\in\mathbb{R}$

Para n = 1 $\Rightarrow \frac{c}{ax^n+b}+\frac{d}{ax^n-b}=e,\ \textit{assim temos} \Rightarrow \frac{c}{ax^1+b}+\frac{d}{ax^1-b}=e$

$\Rightarrow \frac{c(ax-b)+d(ax+b)}{(ax)^2-b^2}=e\left((ax)^2-b^2\right)$, reduzimos

$\Rightarrow cax-cb+adx+db=ea^2x^2-eb^2$

$\textit{Portanto chegamos a:} \Rightarrow ea^2x^2-eb^2-cax+cb-adx-db=0$

$\Rightarrow \left(da^2\right)x^2+(-ca-ad)x+\left(cb-db^2-db\right)=0$

Com $d\neq 0,\ a\neq 0,\ c,\ d\ e\ e\in\mathscr{R}$

Demonstrar para n = 2 → para n = 2 $\Rightarrow \frac{c}{ax^n+b}+\frac{d}{ax^n-b}=d$

$\Rightarrow \frac{c}{ax^2+b}+\frac{d}{ax^2-b}=d$, assim temos

$$\Rightarrow \frac{c\left(ax^2-b\right)}{(ax^2)^2-b^2}=d\left((ax^2)^2-b^2\right)$$

$\Rightarrow cax^2-cb=da^2x^4-db^2$, reduzindo a

$$\Rightarrow da^2x^4-cax^2-db^2+cb=0$$

$Portanto \Rightarrow da^2x^4-cax^2-db^2+cb=0$

Fazendo m = x^2

Temos: $\Rightarrow da^2(x^2)^2-cax^2-db^2+cb=0$

Logo temos que: $\Rightarrow da^2m^2-cam^2-db^2+cb=0$

$\Rightarrow (da^2)m^2+(-ca)m^2+(-db^2+cb)=0\Rightarrow$ Com

$d\neq 0,\ a\neq 0,\ c\ e\ d\in \mathscr{R}$

Comentário: Vejamos que a equação, $\frac{c}{ax+b}+\frac{d}{ax-b}=e,\ para$

$1\leq n\leq 2,\ onde\ n\in \mathbb{N},\ b\ e\ c\in \mathbb{R},$disfarçada em doce dupla, formando uma equação do 2º grau e uma biquadrada no conjunto dos números reais. Portanto:

$$\Rightarrow \frac{c}{ax+b}+\frac{d}{ax-b}=e,\ \text{é uma equação do 2º grau disfarçadas.}$$

Exemplo 28: Dada a equação do segundo grau disfarçadas, $\frac{1}{x+2}+\frac{2}{x-2}=5$, encontre o conjunto solução da equação.

Solução: $\Rightarrow, \frac{1}{x+2}+\frac{2}{x-2}=5 \Rightarrow \frac{x-2+2(x+2)}{(x-2).(x+2)}=5.(x-2).(x+2)$

$\Rightarrow x-2+2x+4=5\left(x^2-4\right) \Rightarrow 3x+2=5x^2-20$

$\Rightarrow 5x^2-3x-2-20=0 \Rightarrow 5x^2-3x-22=0$

$\Rightarrow \Delta=b^2-4ac \Rightarrow \Delta=(-3)^2-4x1x(-22) \Rightarrow \Delta=9+88 \Rightarrow \Delta=97$

$$\Rightarrow x=\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} \Rightarrow x=\frac{3 \pm \sqrt{97}}{2.1} \Rightarrow \begin{cases} x_1=\dfrac{3+\sqrt{97}}{2} \\ x_2=\dfrac{3-\sqrt{97}}{2} \end{cases}$$

Comentário 14: vejamos que esta equação também chamada de equação do 2º grau disfarçadas ou fracionárias.

Exemplo 29: Dada a equação do segundo grau disfarçadas, $\frac{2}{x+1}+\frac{3}{x-2}=1$, encontre o conjunto solução da equação.

Solução: $\Rightarrow, \frac{2}{x+1}+\frac{3}{x-2}=1 \Rightarrow \frac{2(x-2)+3(x+1)}{(x-2).(x+1)}=(x-2).(x+1)$

$\Rightarrow 2x-4+3x+3=\left(x^2+x-2\right) \Rightarrow 5x-1=x^2-x-2 \Rightarrow$

$x^2-5x-x-2+1=0 \Rightarrow x^2-6x-1=0 \Rightarrow \Delta=b^2-4ac \Rightarrow \Delta$

$$=(-6)^2-4x1x(-1)\Rightarrow\Delta=36+40\Rightarrow\Delta=40$$

$$\Rightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\Rightarrow x=\frac{6\pm\sqrt{40}}{2.1}\Rightarrow\begin{cases}x_1=\dfrac{6+\sqrt{40}}{2}\\x_2=\dfrac{6-\sqrt{40}}{2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_1=3+\sqrt{10}\\x_2=3-\sqrt{40}\end{cases}$$

$$portanto,\Rightarrow s=\{3-\sqrt{40},3+\sqrt{10}\}$$

Exemplo 30: Dada a equação do segundo grau disfarçadas, $\frac{1}{x-2}+\frac{1}{x-3}=1$, encontre o conjunto solução da equação é:

Solução: $\Rightarrow,\ \frac{1}{x-2}-\frac{1}{x-3}=1\ organizando\Rightarrow\frac{(x-3)-(x-2)}{(x-2).(x-3)}=(x-2).(x-3)$

$$\Rightarrow x-3-(x-2)=\left(x^2-5x+6\right)assim-3+2=x^2-5x+6\Rightarrow x^2-5x+6+1=0$$

$$\Rightarrow x^2-5x+7=0\Rightarrow\Delta=b^2-4ac\Rightarrow$$

$$\Delta=(-5)^2-4x1x(7)\Rightarrow\Delta=25-28\Rightarrow\Delta=-3$$

Portanto: Como $\Delta<0$, não existe soluções reais. A equação quadrática, não possui raízes reais delta for negativo

Segundo caso das equações do 2º disfarçadas - Equação irracionais

$$\left(\sqrt{bx^n+c}\right)=ax+b\ para\ 1\leq n\leq 2,\ onde\ n\in\mathbb{N},b\ e\ c\in\mathbb{R}$$

Para n = 1, temos:

$\Rightarrow\left(\sqrt{bx^{1}+c}\right)=ax+b,$ *elevando ambos os membros ao quadrados*

$\Rightarrow\left(\sqrt{bx^{1}+c}\right)^{2}=(ax+b)^{2},\ asim \Rightarrow bx+c=a^{2}x^{2}+2.a.x+b^{2}$

$\Rightarrow a^{2}x^{2}+2.a.x+b^{2}-bx-c=0. Assim \Rightarrow a^{2}x^{2}+2.a.x-bx+b^{2}-c=0$

$\Rightarrow a^{2}.x^{2}+(2a-b)x+\left(b^{2}-c\right)=0,\ com\ a\neq 0,\ a,b\ e\ c\ \varepsilon\ \mathbb{R}$

Assim: $\Rightarrow\begin{cases} a=a^{2} \\ b=2a-b \\ c=b^{2}-c \end{cases}$, logo, temos a equação do segundo grau disfarçada definida por: $a^{2}.x^{2}+(2a-b)x+\left(b^{2}-c\right)=0,$

$com\ a\neq 0,\ a,b\ e\ c\ \varepsilon\ \mathbb{R}$

Exemplo 31: Encontre o conjunto solução da equação do segundo grau disfarçada

$x-1=\sqrt{3x+15}$

Primeiramente devemos verificar as condições de existência do domínio:

$3x+15 \geq 0 \rightarrow 3x \geq -15 \Rightarrow x \geq \frac{-15}{3} \Rightarrow x \geq -5$

Solução: Elevando ambos os membros aos quadrados temos:

$\Rightarrow (x-1)^{2} = (\sqrt{3x+15})^{2}$

Assim temos $\Rightarrow x^{2}-2.x.1+1=3x+15$

$\Rightarrow x^{2}-2x-3x+1-15=0$, assim $\rightarrow x^{2}-5x-14=0$

Observação: Quais os dois números ao ser multiplicado têm como resultado -14 e a ser somado tem como resultado -b = 5.

Logo, podemos afirmar que:

$$x^2 - sx + p = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 7 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

Vamos realizar as verificações de existência das duas soluções:

Para $x = -2 \Rightarrow -2 - 1 = \sqrt{3x(-2) + 15} \Rightarrow -3 = \sqrt{-6 + 15} \Rightarrow -3 = \sqrt{9}$ *falso*

Para $x = 7 \Rightarrow 7 - 1 = \sqrt{3x7 + 15} \Rightarrow 6 = \sqrt{21 + 15} \Rightarrow 6 = \sqrt{36}$ *verdadeiro*

→ logo, s = {7}, *Logo a solução da equação quadrática*

$\Rightarrow x - 1 = \sqrt{3x + 15}$ é 7.

Exemplo 32: Encontre o conjunto solução da equação do segundo grau disfarçada

$1 = \sqrt{3x + 16}$

Solução: Elevando ambos os membros aos quadrados

$\Rightarrow 1^2 = (\sqrt{3x+16})^2$, Assim → 1= 3x +16 temos →
3x = 16 -1

→ x=15/3, portanto → x=5

Comentário: Vejamos que neste caso apresenta uma equação disfarçada do primeiro grau.

Exercício

51- O conjunto solução da equação quadrática disfarçada dada por $\frac{2}{x} + \frac{1}{x-2} + \frac{2}{x+2} = \frac{1}{x^2-4}$

a)1,6 e – 1 b)1 e -1 c) 0 e 1 d)0 e-1 e)1 e 2

52- A soma das raízes da equação dada por $\frac{2}{x} = \frac{x-1}{x+2}$, é:

a) 1 b) 2 c) 3 d)4 e)nda

53- Preencher a tabela com os coeficientes e o discriminante de cada equação do segundo grau, analisando os tipos de raízes da equação.

Equação	a	b	c	Δ	Tipos de raízes
$x^2 - 6x + 8 = 0$	1	-6	8	4	reais e diferentes
$x^2 - 10x + 25 = 0$					
$x^2 + 2x + 7 = 0$					
$x^2 + 2x + 1 = 0$					
$x^2 + 2x = 0$					

54- O conjunto solução da equação quadrática disfarçada dada por:

$a)\ \dfrac{3}{x^2 - 4} + \dfrac{1}{x-3} = 0$

$b)\ \dfrac{3}{x^2 - 4} + \dfrac{1}{x-2} = 0$

$c)\ \dfrac{x+3}{2x-1} = \dfrac{2x}{x+4}$

55- Resolver as seguintes equações fracionárias:

$a)\ \dfrac{x+2}{x+1} = \dfrac{2x}{x-4}$

$b)\ \dfrac{2-x}{x} + \dfrac{1}{x^2} = \dfrac{3}{x}$

$c)\ \dfrac{x+2}{x-2} = \dfrac{x-2}{x+2}$

56- Resolva as inequações a seguir.

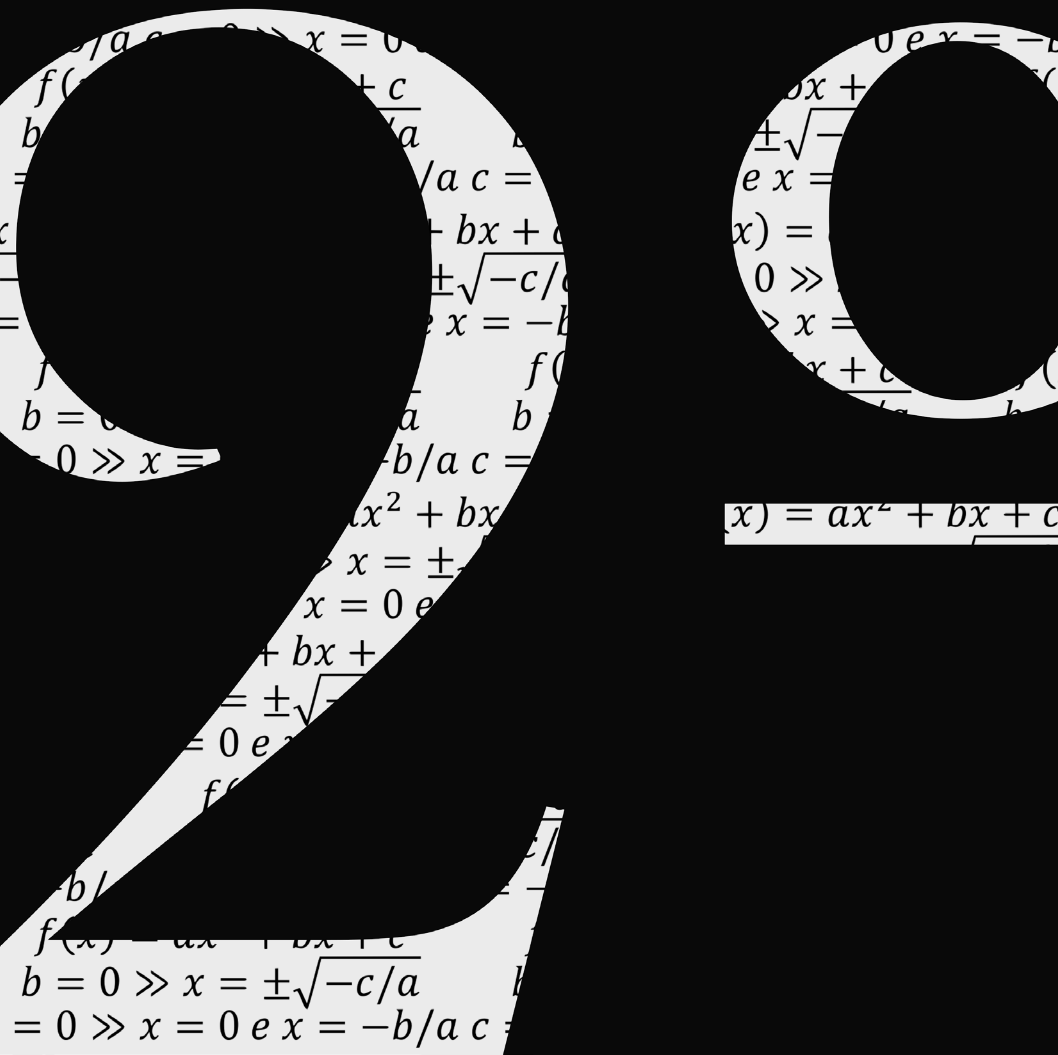
a) $x^2 - 2x + 2 > 0$

b) $x^2 - 2x + 1 \leq 0.$

c) $-2x^2 + 3x + 2 \geq 0$

CAPÍTULO 7

EQUAÇÃO DO 2º GRAU DISFAÇADAS



Definição: Dados um ponto F e uma reta d, pertencentes a um plano a, com F □ d, seja p a distância entre F e d. Parábola é o conjunto dos pontos de a que estão à mesma distância de F e de d.

→ parábola = {P □ α | PF = Pd}

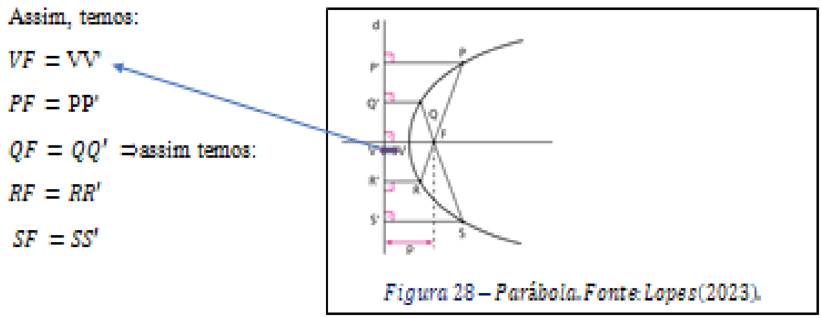
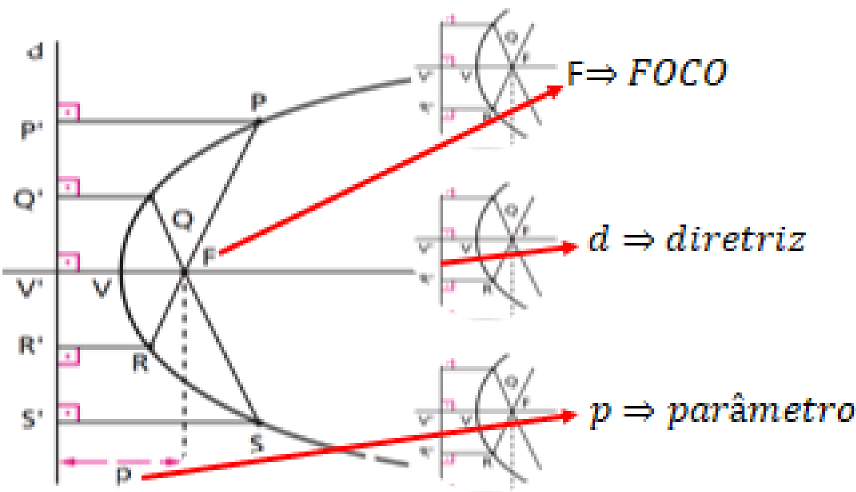
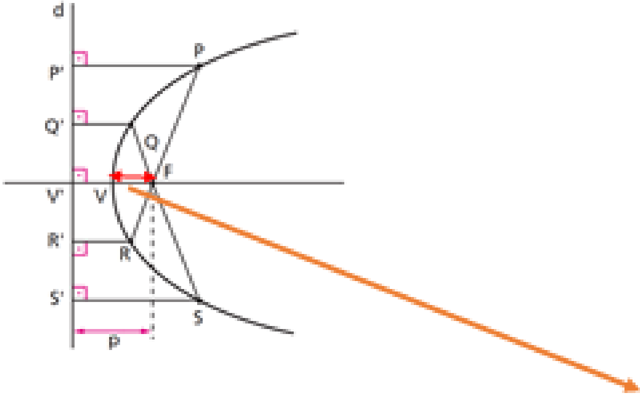


Figura 28 – Parábola. Fonte Lopes(2023).





$$reta\ VF \rightarrow eixo\ de\ simetria \Rightarrow Relação\ notável: VF = \frac{P}{2}$$

$$\boxed{Portanto \Rightarrow VF = \frac{p}{2}}$$

"Considerando-se um ponto F e uma reta r no plano, o conjunto que contém todos os pontos cuja distância até F é igual à distância até r é chamado parábola. O ponto F é o foco da parábola e jamais poderá ser um dos pontos da reta r. Caso contrário, a distância entre F e r sempre será igual a zero. A seguir, um exemplo de parábola com a demonstração de seu ponto F e a reta r.

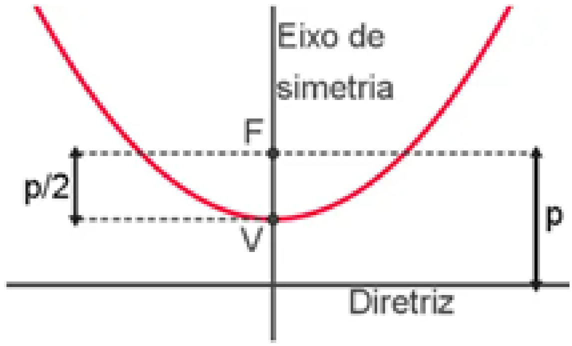


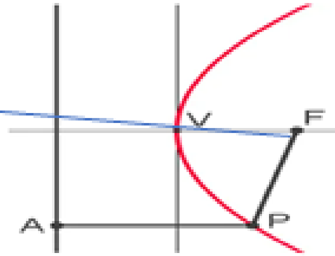
Figura 29 – Elementos da parábola. Fonte: Iezzi (2023).

"Elementos de uma parábola

São cinco os principais elementos da parábola. Eles são figuras geométricas que recebem nomes especiais devido à sua função e à sua importância na definição das parábolas. São eles:

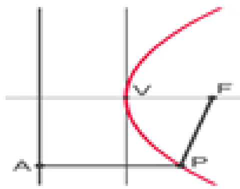
Foco ⇒É o ponto F usado para a definição da parábola.

F⇒ *foco*



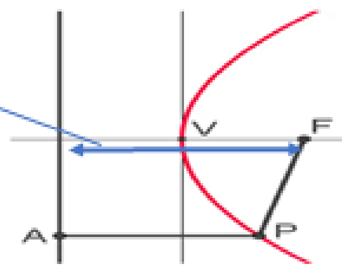
E a reta r, também usada na definição da parábola. Lembre-se de que a distância entre um ponto qualquer da parábola e a reta r tem a mesma distância que esse mesmo ponto e o seu foco.

Diretriz ⇒ *d*



⇒É a reta r, também usada na definição da parábola. Lembre-se de que a distância entre um ponto qualquer da parábola e a reta r tem a mesma distância que esse mesmo ponto e o seu foco.

Parâmetro⇒



Vértice é o ponto da parábola que fica mais próximo de sua diretriz. Uma das propriedades desse ponto é que a sua distância até o foco da parábola é igual à metade do parâmetro. Também podemos dizer que a distância entre esse ponto e a diretriz da parábola é igual à metade do parâmetro.

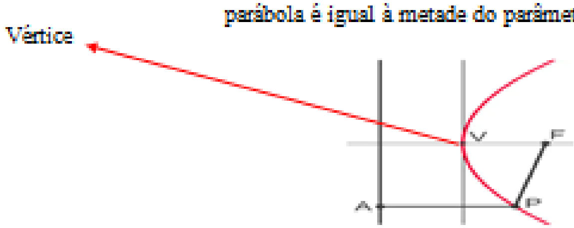


Figura 30 – Elementos da parábola. Fonte: Lopes (2023).

Seja a medida do parâmetro de uma parábola representada pela letra p, a medida do segmento VF será dada por:"

"e) Eixo de simetria → O eixo de simetria de uma parábola é uma reta perpendicular à diretriz que passa pelo seu vértice. Consequentemente, essa reta também passa pelo foco da parábola e contém o segmento chamado parâmetro."

"Equações reduzidas da parábola. Existem duas equações reduzidas da parábola: → $y^2 = 2px$ → $x^2 = 2py$

Essas equações são obtidas colocando o vértice de uma parábola na origem de um plano cartesiano. Primeiramente, suponha que a diretriz dessa parábola é paralela ao eixo y do plano, como mostra imagem a seguir."

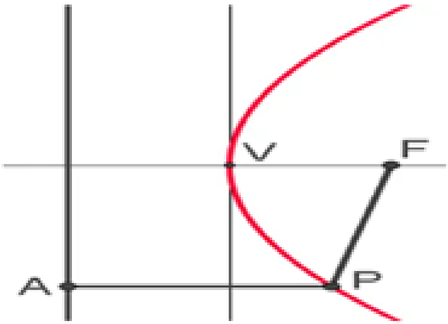


Figura 31 – Elementos da parábola. Fonte: Lopes (2023).

"Escolhendo um ponto P(x,y) qualquer na parábola, teremos as seguintes hipóteses:

1 – Coordenadas de F: como o segmento VF = p/2, então as coordenadas de F são (p/2, 0). Para perceber isso, note que

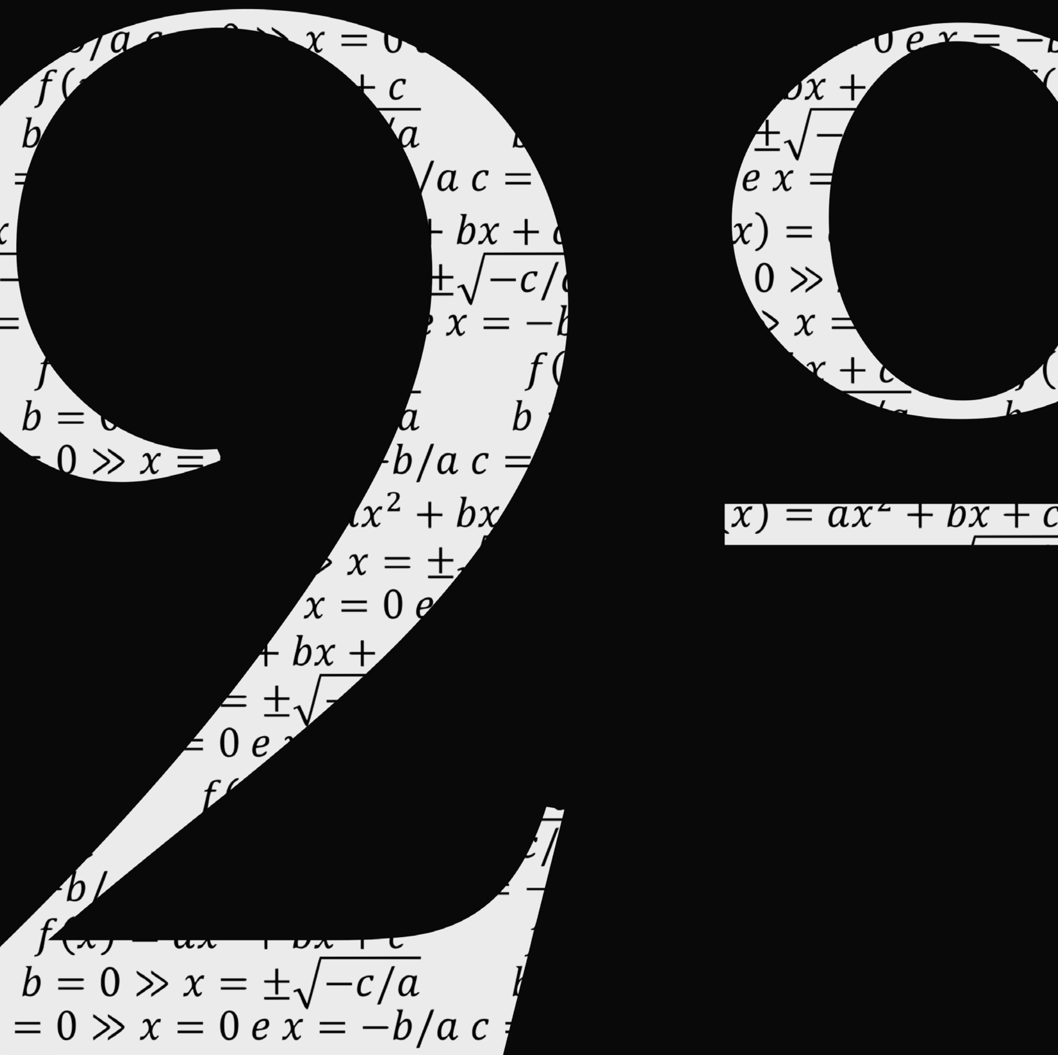
o eixo x, nessa construção, é o eixo de simetria da parábola.

2 – Coordenadas de A: o ponto A pertence à diretriz, e a distância de P até A é igual à distância de P até F. Assim, mudando a posição do ponto P, sempre teremos essa característica. As coordenadas de A são: (– p/2, y). Isso acontece porque A sempre estará à mesma altura de P, e sua distância até o eixo y é a mesma que a distância de V até F, com sinal invertido.

3 – A distância de P até A é igual à distância de P até F, pois essa é a definição da parábola.Diante dessas hipóteses, podemos calcular a seguinte equação, substituindo nela as coordenadas de cada um dos pontos P, A e F:""A segunda equação da parábola tem seus cálculos e construções feitos de maneira análoga a esses, entretanto, apresenta a diretriz paralela ao eixo x.

CAPÍTULO 8

EQUAÇÃO REDUZIDA



Demonstração: Como: $d_{PA}=d_{PF}$

$$\Rightarrow \sqrt{\left(x-\left[-\frac{p}{2}\right]\right)^2+(y-y)^2}=\sqrt{\left(\frac{p}{2}-x\right)^2+(0-y)^2}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{\left(x+\frac{p}{2}\right)^2+(0)^2}=\sqrt{\left(\frac{p}{2}-x\right)^2+y^2}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(x+\frac{p}{2}\right)^2+(0)^2=\left(x+\frac{p}{2}\right)^2+(0)^2\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cancel{x^2}+px+\frac{p^4}{\cancel{4}}=\frac{p^2}{\cancel{4}}-px+\cancel{x^2}+y^2\Rightarrow$$

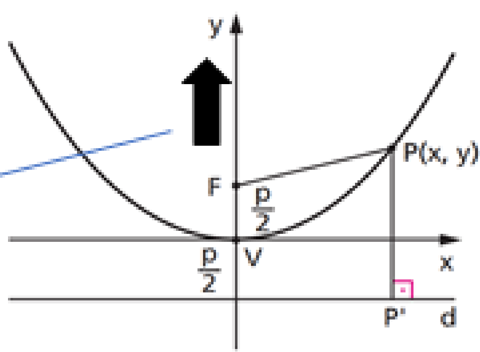
$$\Rightarrow px+p^2=-px+y^2\Rightarrow$$

$$y^2=2px\Rightarrow\begin{cases} p \text{ é o parâmetro} \\ x \text{ é a cordenada do ponto na abcissa}\end{cases}$$

$$\textit{logo, a equação da parábola é definida por } y^2=2px$$

Para este caso temos a mesma equação com eixo de simetria a ordenada.

$$x^2=2py$$



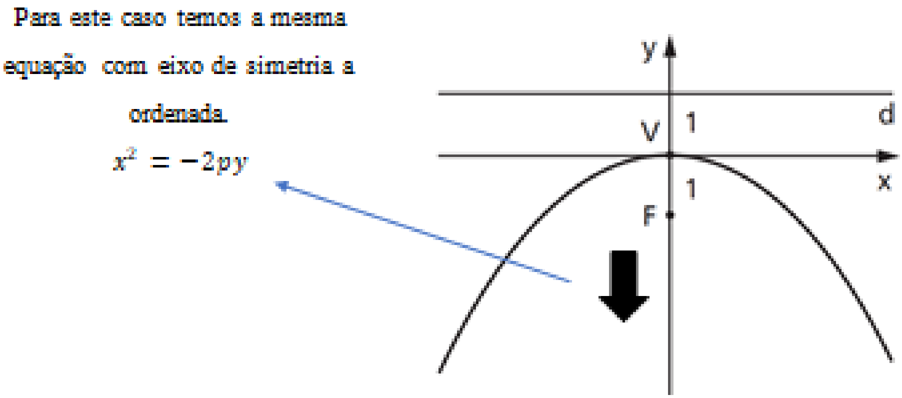


Figura 32 – Equações da parábola. Fonte: Lopes (2023).

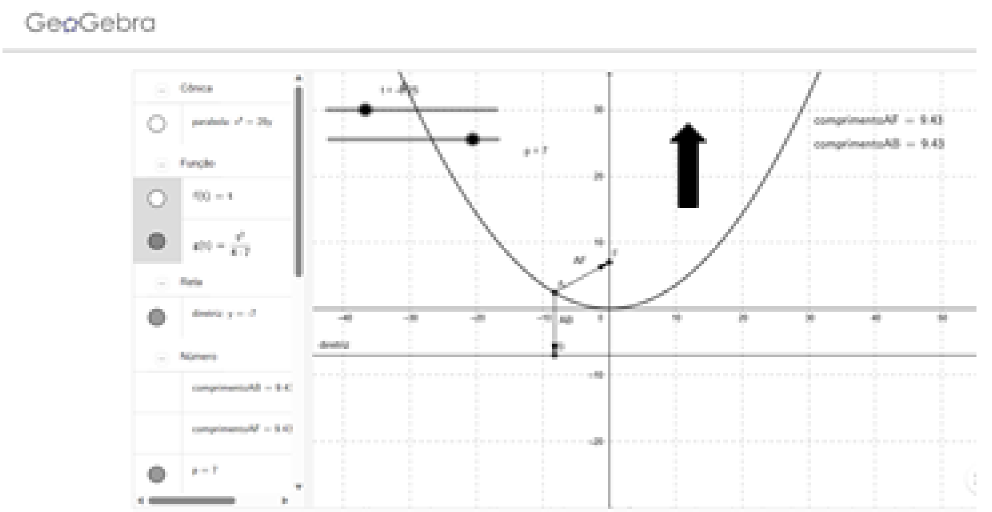


Figura 33 – Parábola no geogebra. Fonte: Lopes (2023).

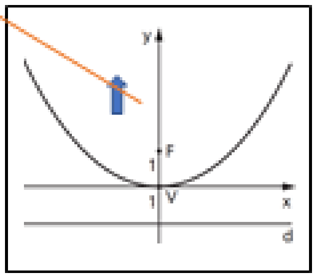
Comentário 16: Neste estudo vamos trabalhar com apenas os casos em que a parábola se localiza no eixo das ordenas, conforme a figura 32.

Exemplo 33: uma parábola com parâmetro p = 2, vértice na origem e foco no eixo y, tem equação.

Solução: Vamos responder este exemplo 33, de duas maneiras distintas:

Para F acima de V (encontra-se no eixo das ordenadas), conforme a Figura 32

$$\Rightarrow x^2 = 2py$$
$$\Downarrow$$
$$\Rightarrow x^2 = 2.2.y$$
$$\Downarrow$$
$$\Rightarrow x^2 = 4y$$



Vamos responder para o F abaixo de V: → p = 2, conforme a Figura 32

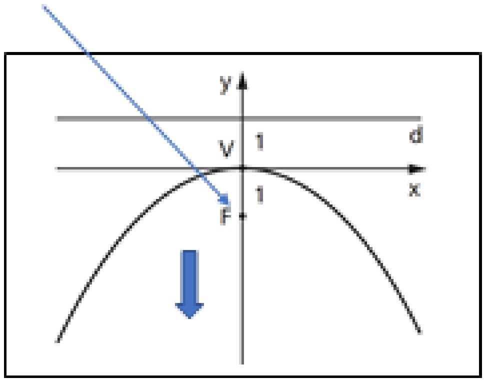
$$\Rightarrow x^2 = -2py$$

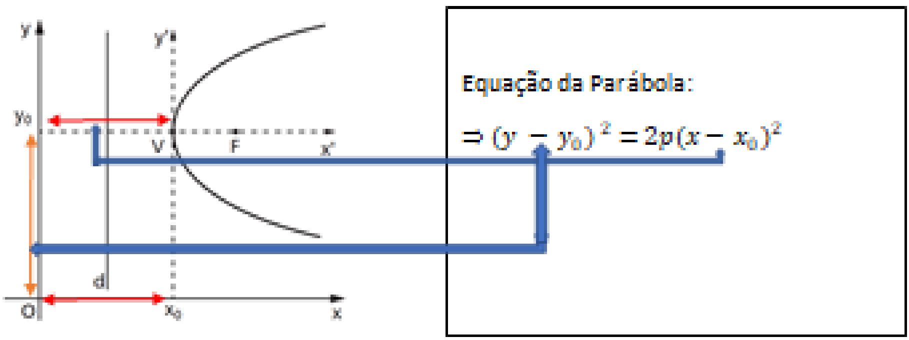
$$\Downarrow$$

$$\Rightarrow x^2 = -2.2.y$$

$$\Downarrow$$

$$\Rightarrow x^2 = -4y$$

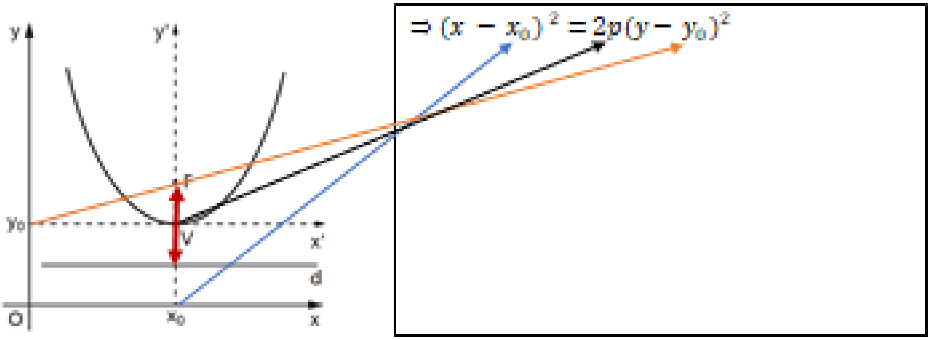




Se uma parábola tem vértice no ponto V (x_0, y_0) e VF // x, sua equação em relação ao sistema auxiliar x'Vy' é:

$(y')^2 = 2px'$ portanto sua equação relativamente ao sistema xOy é:

$\rightarrow (y - y_0)^2 = 2p\,(x - x_0)^2$



Exemplo 34: Uma parábola de vértice V (7, 8) e parâmetro 3 apresenta equação:

Solução:

$\Rightarrow (x - x_0)^2 = 2p(y - y_0)^2 \Rightarrow$ F à direita de V

$\Rightarrow (x - 8)^2 = 2p(y - 7)^2 \Rightarrow$ F acima de V

Podemos ter outras maneiras

Exercício resolvidos

57- Mostre que se dois números positivos têm soma constante, então seu produto é máximo quando eles são iguais.

$$\Rightarrow \underline{a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2} - \frac{\Delta}{4a} \quad \Rightarrow para\ \Delta = b^2 - 4ac;\ \text{temos} \Rightarrow$$

$$\longrightarrow f(x) = ax^2 + bx + c$$

$E_1 \Rightarrow x + y = k \longrightarrow$ *a soma de x e y seja uma constante*

$E_2 \Rightarrow p = x.y \longrightarrow$ *o produto de x e y seja máximo*

Assim, temos que y = k - x →

Substituindo y = k - x em E_2 → temos

Organizando as equações temos: $\begin{cases} E_1 \Rightarrow y = k - x \\ E_2 \Rightarrow p = x.y \end{cases}$, sistema de equações do primeiro grau

$$\Rightarrow p = x.y \Rightarrow p = x.(k - x) \Rightarrow p = -x^2 + kx$$

Quando for Máximo temos:

$\Rightarrow x_v = -\dfrac{b}{2a} \rightarrow x_v = -\dfrac{k}{-1} \rightarrow x_v = \dfrac{k}{2}$, assim podemos

Substituindo $x_v = \frac{k}{2}$, em $y = k - x$ temos:

$$\Rightarrow y = k - \frac{k}{2} \Rightarrow y = \frac{2k - k}{2} \Rightarrow y = \frac{k}{2}$$

Logo, y = x_v = (k)/2

58- Mostre que se o produto de dois números positivos é constante, então sua soma é mínima quando eles são iguais.

$$\Rightarrow \underline{a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a}} \quad \Rightarrow para\ \Delta = b^2 - 4ac,\ temos \Rightarrow$$

$$\rightarrow f(x) = ax^2 + bx + c$$

$E_1 \Rightarrow x + y = s \longrightarrow$ *a soma de x e y seja mínoma*

$E_2 \Rightarrow k = x.y \longrightarrow$ *o produto de x e y seja constante.*

Assim, temos que y=k/x →

Substituindo y=k/x em E_1 → temos

Organizando as equações temos: $\begin{cases} E_1 \Rightarrow s = y + x \\ E_2 \Rightarrow k = x.y \end{cases}$, sistema de equações do primeiro grau

$$\Rightarrow s = y + x \Rightarrow s = x + \frac{k}{x} \Rightarrow sx = x^2 + k$$

$$\Rightarrow x^2 - sx + k = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-s)^2 - 4.1.k \Rightarrow \Delta = s^2 - 4k \Rightarrow$$

$$\Rightarrow para\ \Delta \geq 0 \Rightarrow \Delta \geq s^2 - 4k \geq 0 \Rightarrow s^2 \geq 4k \Rightarrow |s| \geq 2\sqrt{k} \Rightarrow s \geq 2\sqrt{k}$$

$$\Rightarrow para\ \Delta = 0 \Rightarrow \Delta \geq s^2 - 4k = 0 \Rightarrow s^2 = 4k \Rightarrow |s| = 2\sqrt{k} \Rightarrow s = 2\sqrt{k}$$

$$Assim\ temos \Rightarrow \begin{cases} \Delta \geq 0 \Rightarrow s \geq 2\sqrt{k} \\ \Delta = 0 \Rightarrow s = 2\sqrt{k} \end{cases}$$

Logo, o menor valor possível para s é 2√k → Quando Δ=0 temos duas raízes duplas a $2\sqrt{k}$. Assim os valores de x = s = s/2.

59 - A parte interior de uma taça foi gerada pela rotação de uma parábola em torno do eixo z, conforme mostra a figura 1. A função real que expressa a parábola é dada pela lei $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 6x + c,$ onde c é a medida da altura do líquido contido na taça.

Sabendo-se que o ponto V representa o vértice da parábola, localizada no eixo das abscissas. Qual é a altura do líquido?

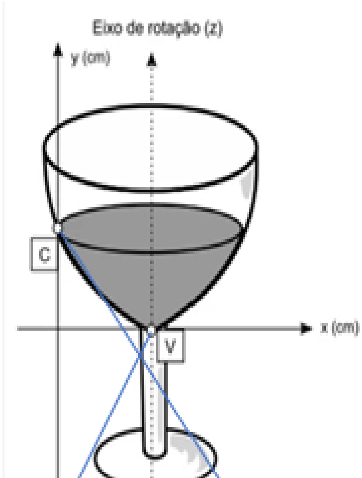


Figura 7 – rotação da taça. Fonte: Google (2023).

Solução: Vejamos que $\Delta = 0$, assim podemos concluir que, temos duas maneiras distintas de resolver esta questão:

Sabendo que: $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 6x + c \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = -6 \\ c = ? \end{cases}$ *Altura procura é c*

$\rightarrow$ Se $\Delta = 0$ e $\Delta = b^2 - 4ac$, substituindo os valores de a,b e c.

$$\rightarrow \Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-6)^2 - 4.\frac{3}{2}.c = 0$$

$$\Rightarrow 36 - 6.c = 0 \Rightarrow 6c = 36 \Rightarrow c = \frac{36}{6} \Rightarrow c = 6$$

Portanto, c = 6.

60- Nos casos abaixo, encontre o conjunto solução por diversos métodos de encontrar raízes de uma equação do 2º grau.

a) $x^2 - 10x = 0$

Solução pelo método de bhaskara

$x^2 - 10x = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -10 \\ c = 0 \end{cases}$, assim temos:

$\rightarrow \Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-10)^2 - 4.1.0 \Rightarrow$
$\Delta = 100 - 0 \Rightarrow \Delta = 100 \rightarrow$

Logo, $\rightarrow \Delta = 100$

$$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-(-10) \pm \sqrt{100}}{2.1} \Rightarrow x = \frac{10 \pm 10}{2.1} \Rightarrow$$

$x = \frac{10 \pm 10}{2.1} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{10 + 10}{2.1} \\ x_2 = \frac{10 - 10}{2.1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{20}{2.1} \Rightarrow x_1 = 10 \\ x_2 = \frac{0}{2.1} \Rightarrow x_1 = 0 \end{cases}$, logo, s = {0, 10}

Resolução pelo método Inovado de Lopes (2023).

Se $\Rightarrow x^2 - 10x = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -10 \\ c = 0 \end{cases}$, se $c = 0 \Rightarrow x_1 = 0\ e$

$$x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{(-10)}{1} \Rightarrow x_2 = 10$$

Logo, s = {0,10}

Solução pelo método de completar quadrados:

$$x^2 - 10x = \left(x - \frac{10}{2}\right)^2 - 5^2 \Rightarrow x^2 - 10x = (x-5)^2 - 5^2 \Rightarrow (x-5)^2 - 25 = 0$$

$$\Rightarrow Assim\ podemos\ concluir\ que: \Rightarrow (x-5)^2 - 25 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x-5)^2 - 25 = 0 \Rightarrow (x-5)^2 = 25 \Rightarrow = (x-5) = \sqrt{25} \Rightarrow (x-5) = \pm 5$$

Logo, → x - 5 = 5 → x = 5+5 → x = 10

e → x - 5 = -5 → x = - 5 + 5 → x = 0

Logo, s = {0,10}

b) x^2 -6x +8 = 0

Solução pelo método de bhaskara

$x^2 - 10x = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -6 \\ c = 8 \end{cases}$, assim temos:

$\rightarrow \Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-6)^2 - 4.1.8 \Rightarrow$

$\Delta = 36 - 32 \Rightarrow \Delta = 4 \rightarrow$

Logo, $\rightarrow \Delta = 4$

$$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{4}}{2.1} \Rightarrow x = \frac{6 \pm 2}{2.1} \Rightarrow$$

$$x = \frac{6 \pm 2}{2.1} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{6+2}{2.1} \\ x_2 = \dfrac{6-2}{2.1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{8}{2.1} \Rightarrow x_1 = 4 \\ x_2 = \dfrac{4}{2.1} \Rightarrow x_1 = 2 \end{cases}$$, logo, s={2,4}

Resolução pelo método Inovado de Lopes (2023).

Se $\Rightarrow x^2 - 6x + 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -6 \\ c = 8 \end{cases}$, se x^2 -sx +p = 0 $\rightarrow$ quais os dois números cujo produto é 8 e sua soma é -b $\rightarrow$ $x_1 = 2$ e $x_2 = 4$

Logo, s={2,4}

Solução pelo método de completar quadrados:

$$\Rightarrow x^2 - 6x + 8 = \left(x - \frac{6}{2}\right)^2 - 3^2 + 8 \Rightarrow x^2 - 6x + 8 = (x-3)^2 - 3^2 + 8$$

$$\Rightarrow (x-3)^2 - 9 + 8 = 0 \Rightarrow (x-3)^2 - 1 = 0 \Rightarrow (x-3)^2 = 1$$

→ Assim podemos concluir que: → $(x-3)^2 = 1$ →

$$\Rightarrow (x-3)^2 - 1 = 0 \Rightarrow (x-3)^2 = 1 \Rightarrow = (x-3) = \sqrt{1} \Rightarrow (x-3) = \pm 1$$

Logo, → x - 3 = 1 → x = 1 +3 → x = 4

e → x -3 = -1 → x= -1 +3 → x = 2

→ Logo, s = {2 ,4}

c) $x^2 -4 = 0$

Solução pelo método de bhaskara

$$x^2 - -4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -4 \end{cases}$$, assim temos:

→ $\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (0)^2 - 4.1.(-4) \Rightarrow$

$\Delta = 0 + 16 \Rightarrow \Delta = 16$ →

Logo, → $\Delta = 16$

$$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{0 \pm \sqrt{16}}{2.1} \Rightarrow x = \frac{0 \pm 4}{2.1} \Rightarrow$$

$$x=\frac{0\pm 4}{2.1}\Rightarrow\begin{cases}x_1=\dfrac{0+4}{2.1}\\ x_2=\dfrac{0-4}{2.1}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_1=\dfrac{4}{2.1}\Rightarrow x_1=2\\ x_2=\dfrac{-4}{2.1}\Rightarrow x_1=-2\end{cases}$$, logo,

s = {-2,2}

Resolução pelo método Inovado de Lopes (2023).

Se $\Rightarrow x^2-4=0\Rightarrow\begin{cases}a=1\\ b=0\\ c=-4\end{cases}$, se $b=0\Rightarrow x_1=+\sqrt{\left(-\frac{c}{a}\right)}$ e

$x_2=-+\sqrt{\left(-\frac{c}{a}\right)}$

$\Rightarrow x_1=+\sqrt{\left(-\frac{c}{a}\right)}\Rightarrow x_1=+\sqrt{\left(-\frac{(-4)}{1}\right)}\Rightarrow x_1=+\sqrt{4}\Rightarrow x_1=+2$

$e\ x_2=-+\sqrt{\left(-\frac{c}{a}\right)}$ e x_2= -2

Logo, s = {-2,2}

Solução pelo método de completar quadrados:

$x^2-4=(x-0)^2-0^2-4\Rightarrow x^2-4=(x-0)^2-4\Rightarrow(x-0)^2-4=0$

→ Assim podemos concluir que: → $(x - 0)^2$ -4 = 0 →

$\Rightarrow(x-0)^2-4=0\Rightarrow(x-0)^2=4\Rightarrow=(x-0)=\sqrt{4}\Rightarrow(x-0)=\pm 2$

Logo, → x - 0 = 2 → x = 0 +2 → x = 2

e → $x - 0 = -2$ → $x = -2 + 0$ → $x = -2$

Logo, $s = \{-2, 2\}$

Do autor

Rivanaldo Martins Lopes

Rivanaldo Martins Lopes nasceu em 9 de maio de 1980, na cidade de São Francisco, no sertão paraibano. Mais tarde, passou a residir no sítio Santo Amaro, com sua esposa Robelucia Oliveira de Sá e seus dois filhos, Geovana Oliveira Lopes e Hugo Oliveira Lopes. Sua principal área de atuação foi o ensino de Matemática, tanto na Escola Cidadã Integral de Ensino Dorgival Silveira, onde lecionou, quanto como pesquisador na ACU.

Ele formou-se em Matemática pela UFCG-Universidade Federal de Campina Grande, além de especialização pela UEPB. Rivanaldo, também, obteve o título de Mestre em Educação pela ACU-Absoulute Christian University, na Flórida, EUA, assim como concluiu o Mestrado profissional na UAB-Universidade Aberta do Brasil. Sua trajetória acadêmica culminou com o Doutorado em Educação pela ACU.

Além de suas atividades de ensino e pesquisa, Rivanaldo dedicou-se à produção acadêmica, com ênfase em publicações em revistas, com artigos, e capítulos de livros didáticos relevantes para a área de atuação. Ele também escreveu livros de Matemática, que abordam melhorias na metodologia de ensino da trigonometria na circunferência trigonométrica. Sua proposta inovadora incluiu a demonstração de uma fórmula com o objetivo de superar as dificuldades enfrentadas por estudantes e professores no ensino de Matemática em escolas públicas e privadas. Essa pesquisa teve início por volta de 2001, quando Rivanaldo ainda era estudante do Ensino Médio na escola Mestre Júlio Sarmento. Posteriormente, ele apresentou suas propostas de mudança na UFCG, em seu relatório de conclusão de curso em 2009.

Política e Escopo da Coleção de livros Humanas em Perspectiva

A Humanas em Perspectiva (HP) é uma coleção de livros publicados anualmente destinado a pesquisadores das áreas das ciências humanas. Nosso objetivo é servir de espaço para divulgação de produção acadêmica temática sobre essas áreas, permitindo o livre acesso e divulgação dos escritos dos autores. O nosso público-alvo para receber as produções são pós-doutores, doutores, mestres e estudantes de pós-graduação. Dessa maneira os autores devem possuir alguma titulação citada ou cursar algum curso de pós-graduação. Além disso, a Coleção aceitará a participação em coautoria.

A nossa política de submissão receberá artigos científicos com no mínimo de 5.000 e máximo de 8.000 palavras e resenhas críticas com no mínimo de 5 e máximo de 8 páginas. A HP irá receber também resumos expandidos entre 2.500 a 3.000 caracteres, acompanhado de título em inglês, abstract e keywords.

O recebimento dos trabalhos se dará pelo fluxo continuo, sendo publicado por ano 10 volumes dessa coleção. Os trabalhos podem ser escritos em portugês, inglês ou espanhol.

A nossa política de avaliação destina-se a seguir os critérios da novidade, discussão fundamentada e revestida de relevante valor teórico - prático, sempre dando preferência ao recebimento de artigos com pesquisas empíricas, não rejeitando as outras abordagens metodológicas.

Dessa forma os artigos serão analisados através do mérito (em que se discutirá se o trabalho se adequa as propostas da coleção) e da formatação (que corresponde a uma avaliação do português e da língua estrangeira utilizada).

O tempo de análise de cada trabalho será em torno de dois meses após o depósito em nosso site. O processo de avaliação do artigose dá inicialmente na submissão de artigos sem a menção do(s) autor(es) e/ou coautor(es) em nenhum momento durante a fase de submissão eletrônica. A menção dos dados é feita apenas ao sistema que deixa em oculto o (s) nome(s) do(s) autor(es) ou coautor(es) aos avaliadores, com o objetivo de viabilizar a imparcialidade da avaliação. A escolha do avaliador(a) é feita pelo editor de acordo com a área de formação na graduação e pós-graduação do(a) professor(a) avaliador(a) com a temática a ser abordada pelo(s) autor(es) e/ou coautor(es) do artigo avaliado. Terminada a avaliação sem menção do(s) nome(s) do(s) autor(es) e/ou coautor(es) é enviado pelo(a) avaliador(a) uma carta de aceite, aceite com alteração ou rejeição do artigo enviado a depender do parecer do(a) avaliador(a). A etapa posterior é a elaboração da carta pelo editor com o respectivo parecer do(a) avaliador(a) para o(s) autor(es) e/ou coautor(es). Por fim, se o trabalho for aceito ou aceito com sugestões de modificações, o(s) autor(es) e/ou coautor(es) são comunicados dos respectivos prazos e acréscimo de seu(s) dados(s) bem como qualificação acadêmica.

A nossa coleção de livros também se dedica a publicação de uma obra completa referente a monografias, dissertações ou teses de doutorado.

O público terá terão acesso livre imediato ao conteúdo das obras, seguindo o princípio de que disponibilizar gratuitamente o conhecimento científico ao público proporciona maior democratização mundial do conhecimento.

O livro traz contextos históricos dos métodos de resolução de equações do 2º grau, demonstrações e o desenvolvimento de método de encontrar as raízes de uma equação quadrática. Além das demonstrações, temos vários exemplos e exercícios resolvidos e comentados, de acordo com as dificuldades dos estudantes.

PRINCÍPIO DA MATEMÁTICA INOVADORA:

EQUAÇÃO DO 2º GRAU

Periodicojs
EDITORA ACADÊMICA